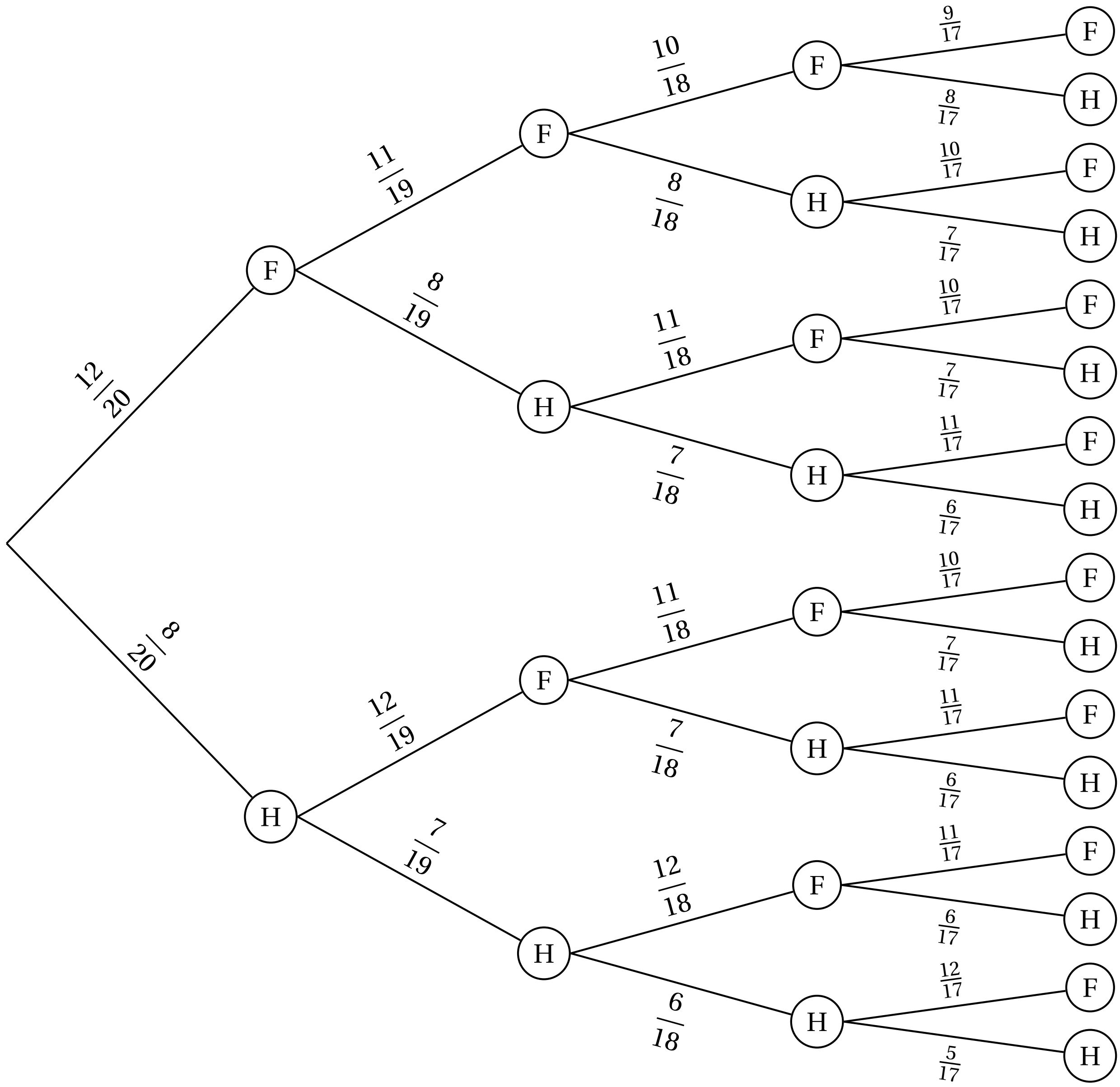
Corrigé du devoir surveillé n° 4

STS MS1 - 12.02.2020

Exercice 1 :

1. L'arbre :



2. $P(F,F,F,F) = \dfrac{12}{20} \times \dfrac{11}{19} \times \dfrac{10}{18} \times \dfrac{9}{17} \simeq 0{,}1022$

3. L'événement $A =$ « la commission comprend au moins un homme » est le contraire de l'événement « la commission est formée uniquement de femmes ».
   Donc, $P(A) = 1 - P(F,F,F,F) \simeq 1 - 0{,}1022 \simeq 0{,}8978$ d'après la question précédente.

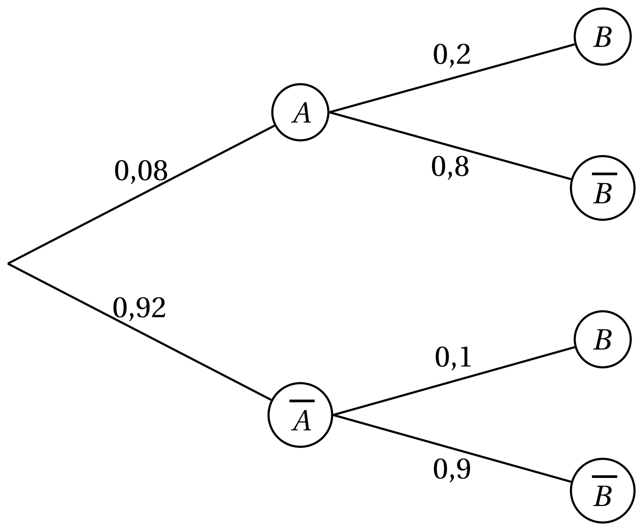
4. Il y a 6 parcours sur l'arbre correspondant à l'événement B : « la commission est formée de deux hommes et deux femmes » :
   (F,F,H,H), (F,H,F,H), (F,H,H,F), (H,F,F,H), (H,F,H,F), (H,H,F,F).
   $P(F,F,H,H) = \dfrac{12}{20} \times \dfrac{11}{19} \times \dfrac{8}{18} \times \dfrac{7}{17} = \dfrac{12 \times 11 \times 8 \times 7}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \dfrac{7392}{116280}$
   $P(F,H,F,H) = \dfrac{12}{20} \times \dfrac{8}{19} \times \dfrac{11}{18} \times \dfrac{7}{17} = \dfrac{12 \times 11 \times 8 \times 7}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \dfrac{7392}{116280}$

$$P(F,H,H,F) = \frac{12}{20} \times \frac{8}{19} \times \frac{7}{18} \times \frac{11}{17} = \frac{12 \times 11 \times 8 \times 7}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{7392}{116280}$$
$$P(H,F,F,H) = \frac{8}{20} \times \frac{12}{19} \times \frac{11}{18} \times \frac{7}{17} = \frac{12 \times 11 \times 8 \times 7}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{7392}{116280}$$
$$P(H,F,H,F) = \frac{8}{20} \times \frac{12}{19} \times \frac{7}{18} \times \frac{11}{17} = \frac{12 \times 11 \times 8 \times 7}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{7392}{116280}$$
$$P(H,H,F,F) = \frac{8}{20} \times \frac{7}{19} \times \frac{12}{18} \times \frac{11}{17} = \frac{12 \times 11 \times 8 \times 7}{20 \times 19 \times 18 \times 17} = \frac{7392}{116280}$$

On constate que chaque parcours donne la même probabilité. Comme il y a 6 parcours, on obtient :
$P(B) = 6 \times \dfrac{7392}{116280} \simeq 0{,}3814$

Exercice 2 :

1. L'arbre :



2. Soit E l'événement : « un saxophone choisi au hasard présente les deux types de défauts »

   D'après l'arbre : $P(E) = P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}08 \times 0{,}2 = 0{,}016$

3. On applique le principe des probabilités totales :

   $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0{,}016 + 0{,}92 \times 0{,}1 = 0{,}108$

4. On cherche la probabilité conditionnelle $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}016}{0{,}108} \simeq 0{,}1481$

5. On a : $P(A \cap B) = 0{,}016$ d'après la question 1.
   Et d'autre part : $P(A) \times P(B) = 0{,}08 \times 0{,}108 = 0{,}00864$

   $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$, donc les événements A et B ne sont pas indépendants.

   On peut aussi remarquer, en considérant l'arbre, que $P_A(B) \neq P_{\overline{A}}(B)$, ce qui montre aussi que A et B ne sont pas indépendants.

Exercice 3 :

1. On voit facilement que :
   $p = 0{,}02$, car la probabilité qu'un micro-démodulateur choisi au hasard tombe en panne est 2%
   et $n = 150$, car on reproduit 150 fois l'expérience consistant à examiner un micro-démodulateur ; les expériences sont indépendantes car les pannes sont indépendantes les unes des autres.

2. On trouve à la calculatrice : $P(X = 5) \simeq 0{,}1011$.
   C'est la probabilité que 5 micro-démodulateurs exactement soient en panne parmi les 150 du parc.

3. On cherche $P(X = 0)$. On trouve à la calculatrice : $P(X = 0) \simeq 0{,}0483$.

4. On cherche $P(X \geq 1)$. Or, « au moins un micro-démodulateur est en panne » est l'événement contraire de : « aucun micro-démodulateur n'est en panne ».

   Autrement dit : « $X \geq 1$ » est l'événement contraire de « $X = 0$ ».

   Par conséquent, d'après la question 3 : $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \simeq 1 - 0{,}0483 \simeq 0{,}9517$.

Exercice 4 :

1. D'après l'énoncé, la variable aléatoire qui compte, parmi les 10 personnes interrogées, le nombre de celles qui possèdent une perceuse à percussion suit la loi binomiale de paramètres : $n = 10$ et $p = 0{,}73$.
   En effet, l'expérience consistant à choisir au hasard une personne dans la population totale est une expérience à deux issues (la personne possède une perceuse ou non) et la probabilité que cette personne possède une perceuse est de 0,73.
   On reproduit 10 fois cette expérience puisqu'on interroge 10 personnes ; et ceci de façon indépendante, puisque l'énoncé précise qu'on peut assimiler ce choix à un tirage avec remise.

   Ceci posé, on voit qu'on cherche $P(X = 10)$.
   La calculatrice nous donne : $P(X = 10) \simeq 0{,}0430$.

2. On cherche cette fois $P(X = 1)$.
   La calculatrice nous donne : $P(X = 1) \simeq 0$.

3. On cherche cici $P(X = 0)$.
   La calculatrice nous donne : $P(X = 0) \simeq 0$.