MATHÉMATIQUES - Devoir surveillé nº3

Exercice 1 :

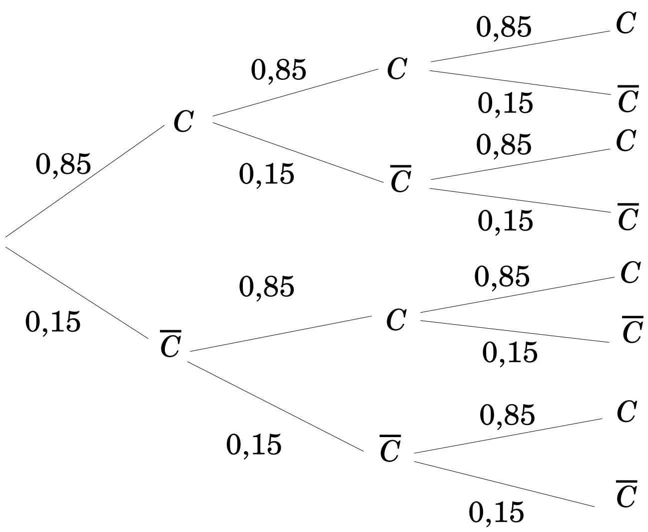
1. Il y a 37 numéro au total, donc 37 cas possibles.
   La probabilité de gagner est donc $\frac{1}{37}$ et la probabilité de perdre $\frac{36}{37}$.
   Le gain algébrique est de $35\times20=700$ euros si le joueur gagne ; il est de -20 euros si le joueur perd (c'est le montant de la mise.)

x	700	– 20
$P(G=x)$	$\frac{1}{37}$	$\frac{36}{37}$

2. $E(G)=700\times\frac{1}{37}-20\times\frac{36}{37}\simeq-0,54$.
   L'espérance ne vaut pas 0, donc le jeu n'est pas équitable.

Exercice 2 :

1. On note C l'événement : « Il touche la cible (au cours d'un tir) ».
   Donc $\overline{C}$ est l'événement contraire, c'est à dire : « Il rate la cible. »
   On obtient alors :



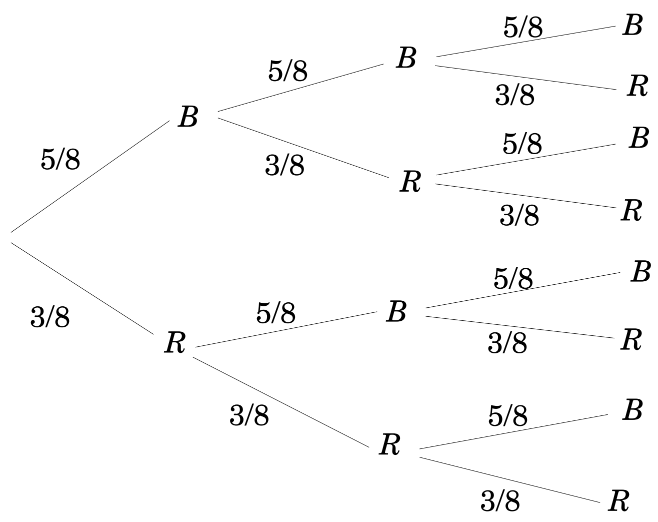
2. Il y a 3 parcours possibles sur l'arbre correspondant à l'événement A : « Il touche deux fois la cible. »
   Cela correspond aux triplets : ($\overline{C}$; C ; C) ; (C ; $\overline{C}$; C) ; (C ; C ; $\overline{C}$).
   Chacun de ces triplets a pour probabilité : $0,85\times0,85\times0,15$.
   On obtient donc : $P(A)=3\times0,85^2\times0,15=0,325125$.

3. Soit B l'événement : « Il atteint au moins une fois la cible ».
   Il est astucieux ici de passer par l'événement contraire. En effet, $\overline{B}$ est l'événement : « Il n'atteint pas une seule fois la cible. »
   Il y a un seul parcours sur l'arbre qui correspond à $\overline{B}$; la liste est dans l'ordre : ($\overline{C}$; $\overline{C}$; $\overline{C}$).
   Donc $P(\overline{B})=0,15^3=0,003375$

   On trouve donc : $P(B)=1-P(\overline{B})=0,996625$

Exercice 3 :

1. On note B : « on obtient une boule blanche » et R : « on obtient une boule rouge ».



2. Pour gagner, il faut obtenir 3 boules de même couleur. Donc, si on note G l'événement correspondant, on a : $\mathrm{P}(G)=\mathrm{P}(B;B;B)+P(R;R;R)=\left(\frac{5}{8}\right)^3+\left(\frac{3}{8}\right)^3=0{,}296875$.

   La probabilité de perdre est donc : $\mathrm{P}(\overline{G})=1-0{,}296875=0{,}703125$.
   On obtient donc le tableau suivant :

x	10	– 5
$\mathrm{P}(X=x)$	0,296875	0,703125

3. $E(X)=10\times 0{,}296875-5\times 0{,}703125=-0{,}546875$.

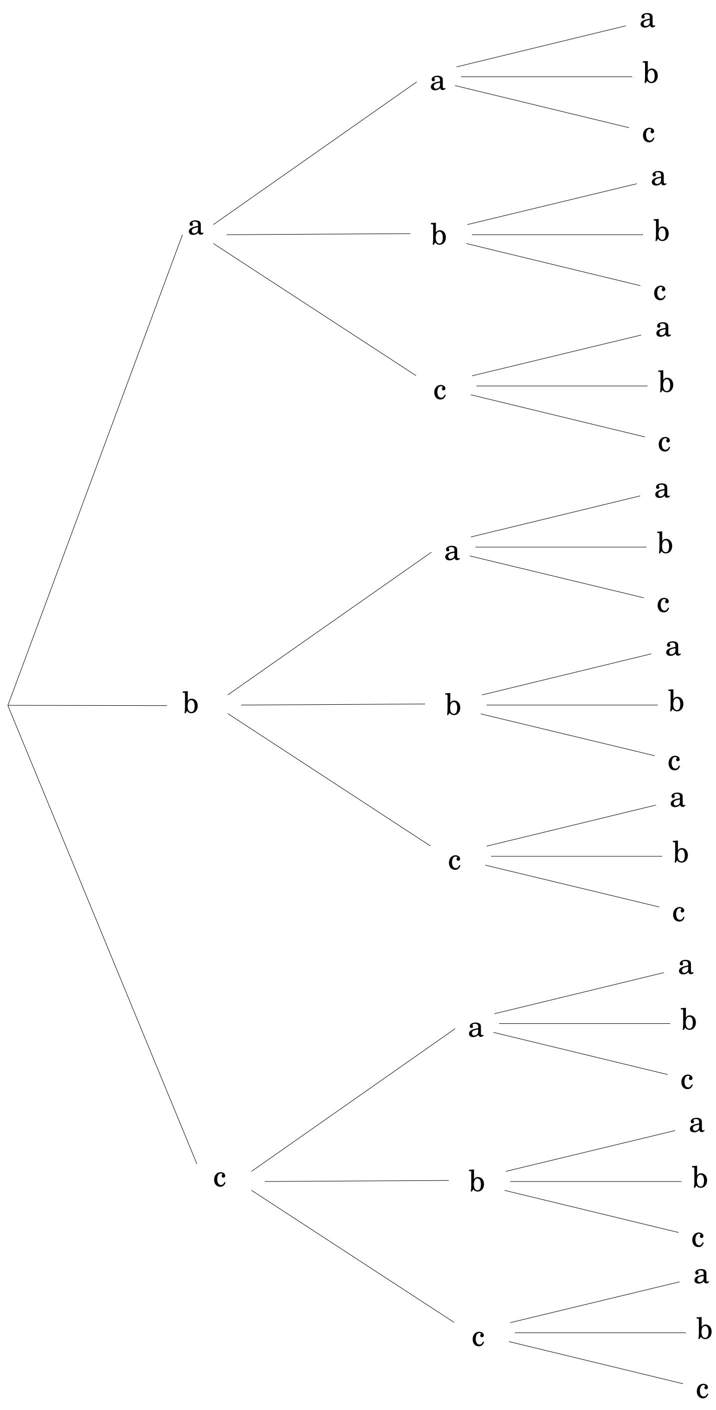
   On sait que l'espérance de la v.a. gain algébrique représente le gain moyen par partie. Ce gain moyen étant négatif, on n'a pas intérêt à jouer.

Exercice 4 :

1. Il y a plusieurs façons de résoudre ce problème. Une façon simple est de noter le tiroir dans lequel se trouve la chemise bleue, puis le tiroir dans lequel se trouve la chemise rouge et enfin le tiroir dans lequel se trouve la chemise verte.
   L'univers est donc constitué de triplets formés des lettres a, b, c.
   Par exemple, (a ; c ; c) signifie que la chemise bleue est dans le tiroir a et les deux autres chemises dans le tiroir c. De même, (b ; c ; a) signifie que la chemise bleue est dans le tiroir b, la chemise rouge dans le tiroir c et la chemise verte dans le tiroir a.

   Il y a donc autant de répartitions possibles que de triplets formés des lettres a, b, c.
   Il y a donc 3 choix possibles pour la première lettre, 3 pour la seconde, et 3 pour la troisième, soit 27 possibilités ($3 \times 3 \times 3$).

   On peut vérifier en faisant un arbre.



2. Le nombre de tiroirs vide peut être :
   0 si les trois chemises sont dans des tiroirs différents (sur l'arbre, on a 3 lettres différentes) ;
   1 si deux chemises sont dans un même tiroir (sur l'arbre, une lettre est répétée deux fois) ;
   2 si les trois chemises sont dans le même tiroir (sur l'arbre, la même lettre est répétée trois fois).

   En utilisant l'arbre, on trouve les résultats suivants :
   Le nombre de cas favorables correspondant à l'événement X=0 est 6.
   Le nombre de cas favorables correspondant à l'événement X=1 est 18.
   Le nombre de cas favorables correspondant à l'événement X=2 est 3.

   On peut donc donner la loi de probabilité de X :

x	0	1	2
P(X=x)	$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$	$\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$	$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

Voilà...