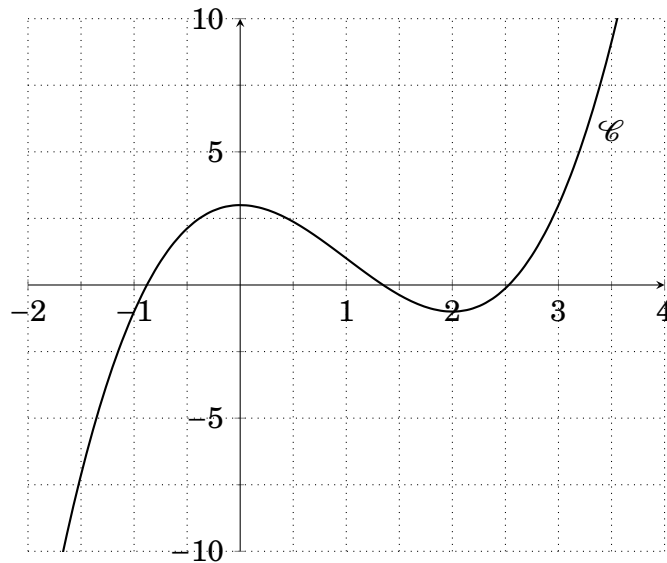


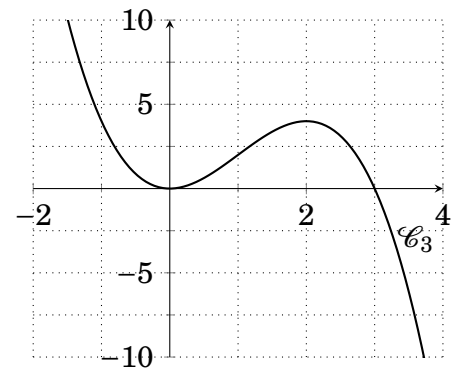
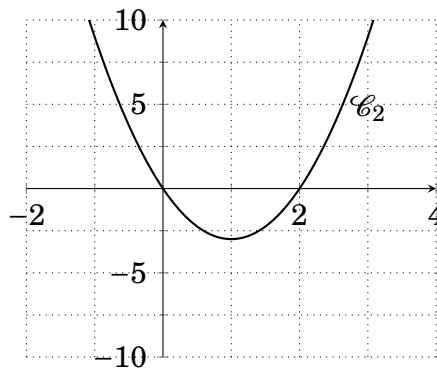
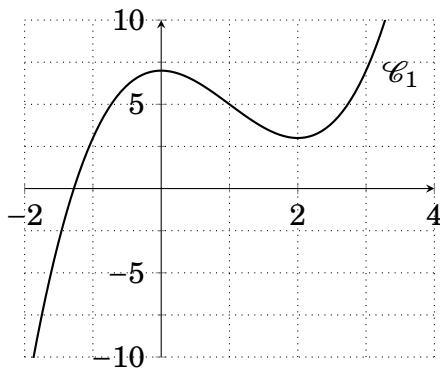
# Mathématiques - Devoir surveillé n° 5

## Exercice 1 (2 points) :

La courbe  $\mathcal{C}$  ci-dessous représente une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .



Parmi les courbes  $\mathcal{C}_1$ ,  $\mathcal{C}_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  ci-dessous, laquelle représente la dérivée  $f'$  de  $f$ ? (Justifier la réponse.)



## Exercice 2 (7 points) :

Une fabrique de produits ménagers produit par jour entre 0 et 200 kg de lessive.

Les coûts de production journaliers, en euros, de  $x$  kg de lessive sont donnés par la fonction  $C$  telle que  $C(x) = 0,1x^2 - 17x + 1200$ . Chaque kg de lessive est vendu 8 euros.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction  $C$ ?
2. Soit  $R(x)$  la recette enregistrée par la fabrique pour  $x$  kg de lessive vendus.  
Exprimer  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
3. Soit  $B(x)$  le bénéfice réalisé par la fabrique pour la vente de  $x$  kg de lessive. On rappelle que le bénéfice est donné par :  $B(x) = R(x) - C(x)$ .  
Démontrer que la fonction  $B$  est définie par :  $B(x) = -0,1x^2 + 25x - 1200$ .
4. Calculer  $B'(x)$
5. Étudier les variations de la fonction  $B$  sur  $[0 ; 200]$ .

6. En déduire le nombre de kg de lessive que doit vendre la fabrique afin de réaliser un bénéfice maximum.

### Exercice 3 (7 points) :

Dans cette exercice, les longueurs sont exprimées en dm.

Une fabrique conditionne du liquide dans des emballages en forme de briques parallélépipédiques de 1 litre (rappel : 1 litre=1 dm<sup>3</sup>).

On souhaite que la surface de base du parallélépipède rectangle soit un carré de côté  $x$ . On note  $h$  la hauteur de ce parallélépipède.

1. Sachant que le volume d'une brique est 1 dm<sup>3</sup>, exprimer en fonction de  $x$  la hauteur  $h$ .
2. Soit  $A(x)$  l'aire totale des six faces de la brique, définie pour  $x \in ]0; +\infty[$ .  
Démontrer que  $A(x) = 2x^2 + \frac{4}{x}$ .
3. Calculer  $A'(x)$  et montrer que  $A'(x) = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}$ .
4. Étudier le signe de  $A'(x)$  et en déduire le tableau de variations de  $A(x)$ .
5. Dans un souci d'économie, on souhaite que l'aire totale des six faces soit minimale. Quelle est la valeur de  $x$  correspondant à ce choix? Quelle est alors la forme de telles briques?

### Exercice 4 (4 points) :

Soit  $u$  et  $v$  les suites définies sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_n = -5 \times 3^{n+2}$  et  $v_n = 3n^2 - 5n + 1$ .

1. Déterminer le sens de variation de chacune des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  (croissante, décroissante ou rien du tout).
2. Déterminer le type de chacune des suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  (arithmétique, géométrique ou rien du tout).