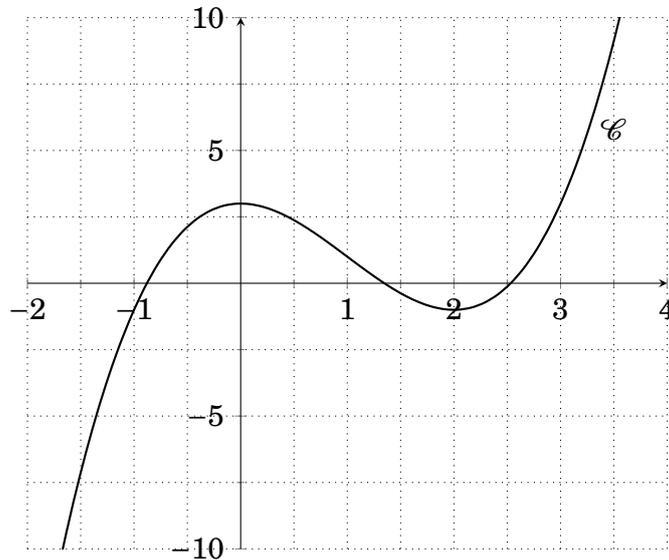


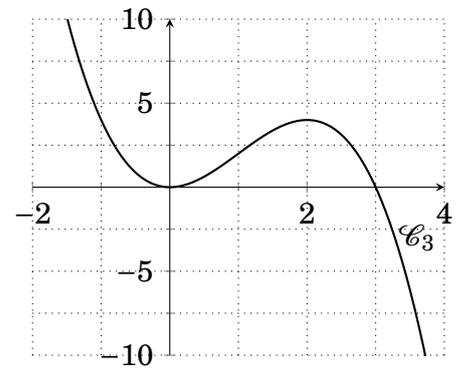
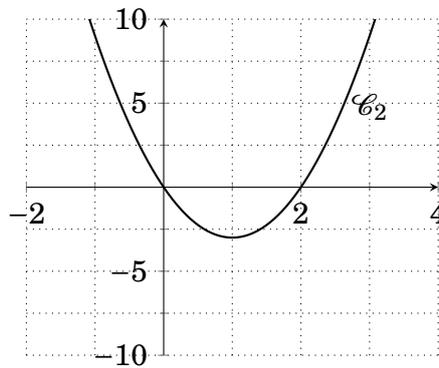
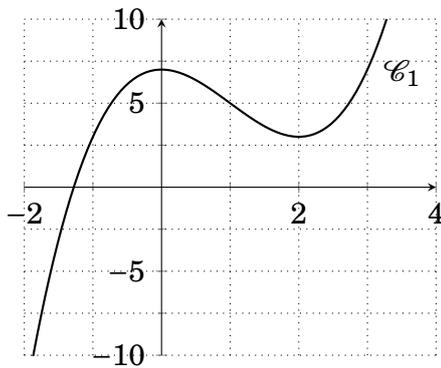
Mathématiques - Devoir surveillé n° 5

Exercice 1 (2 points) :

La courbe \mathcal{C} ci-dessous représente une fonction f définie sur \mathbb{R} .



Parmi les courbes \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 ci-dessous, laquelle représente la dérivée f' de f ? (Justifier la réponse.)



Exercice 2 (7 points) :

Une fabrique de produits ménagers produit par jour entre 0 et 200 kg de lessive.

Les coûts de production journaliers, en euros, de x kg de lessive sont donnés par la fonction C telle que $C(x) = 0,1x^2 - 17x + 1200$. Chaque kg de lessive est vendu 8 euros.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction C ?
2. Soit $R(x)$ la recette enregistrée par la fabrique pour x kg de lessive vendus.
Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
3. Soit $B(x)$ le bénéfice réalisé par la fabrique pour la vente de x kg de lessive. On rappelle que le bénéfice est donné par : $B(x) = R(x) - C(x)$.
Démontrer que la fonction B est définie par : $B(x) = -0,1x^2 + 25x - 1200$.
4. Calculer $B'(x)$
5. Étudier les variations de la fonction B sur $[0 ; 200]$.

6. En déduire le nombre de kg de lessive que doit vendre la fabrique afin de réaliser un bénéfice maximum.

Exercice 3 (7 points) :

Dans cette exercice, les longueurs sont exprimées en dm.

Une fabrique conditionne du liquide dans des emballages en forme de briques parallélépipédiques de 1 litre (rappel : 1 litre=1 dm³).

On souhaite que la surface de base du parallélépipède rectangle soit un carré de côté x . On note h la hauteur de ce parallélépipède.

1. Sachant que le volume d'une brique est 1 dm³, exprimer en fonction de x la hauteur h .
2. Soit $A(x)$ l'aire totale des six faces de la brique, définie pour $x \in]0; +\infty[$.
Démontrer que $A(x) = 2x^2 + \frac{4}{x}$.
3. Calculer $A'(x)$ et montrer que $A'(x) = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}$.
4. Étudier le signe de $A'(x)$ et en déduire le tableau de variations de $A(x)$.
5. Dans un souci d'économie, on souhaite que l'aire totale des six faces soit minimale. Quelle est la valeur de x correspondant à ce choix? Quelle est alors la forme de telles briques?

Exercice 4 (4 points) :

Soit u et v les suites définies sur \mathbb{N} par : $u_n = -5 \times 3^{n+2}$ et $v_n = 3n^2 - 5n + 1$.

1. Déterminer le sens de variation de chacune des suites (u_n) et (v_n) (croissante, décroissante ou rien du tout).
2. Déterminer le type de chacune des suites (u_n) et (v_n) (arithmétique, géométrique ou rien du tout).