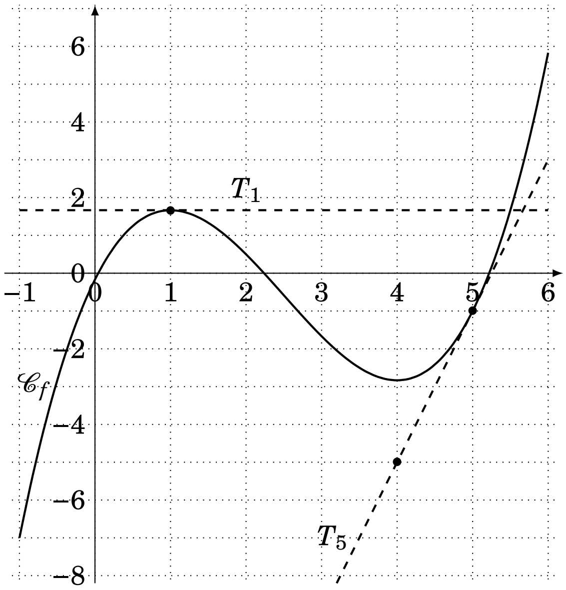
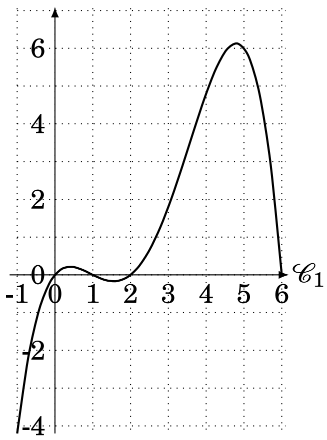
Mathématiques - Devoir surveillé n° 5

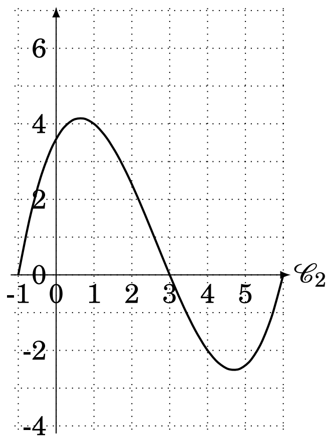
Exercice 1 (4 points) :

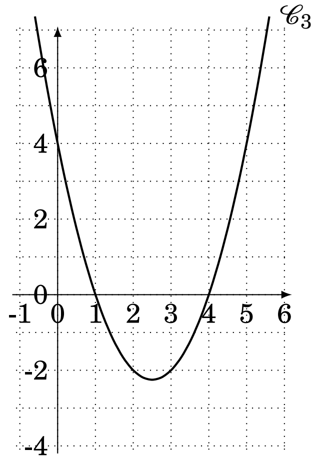
La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-5\,;5]$. On a dessiné la tangente T_1 à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 et la tangente T_5 à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 5.



1. Parmi les trois courbes ci-dessous, quelle est celle qui représente la dérivée f' de f ? (Justifier.)







2. Déterminer graphiquement $f'(1)$ et $f'(5)$ (justifier.)

Exercice 2 (6 points) :

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f : f(x) = 2x^5 + 3x^2 + x$
2. $g : g(x) = 3\sqrt{x} + \dfrac{3}{x}$
3. $h : h(x) = \dfrac{5x^2+1}{2x-3}$
4. $k(x) = (x^3 + x + 1)\sqrt{x}$

Exercice 3 (4 points) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 72x + 2$; soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

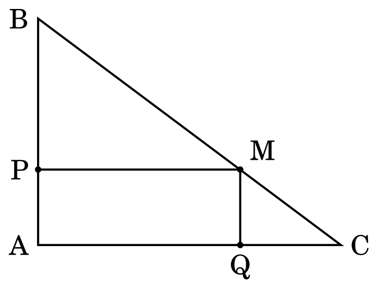
1. Déterminer la dérivée de f.
2. Déterminer le signe de f'.
3. En déduire le tableau de variation de f.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Exercice 4 (6 points) :

ABC est un triangle rectangle en A avec AB = 3, AC = 4 et BC = 5.

M est un point de [BC] tel que BM = x ($0 \leqslant x \leqslant 5$).

Le but est de savoir comment placer M pour que l'aire du rectangle APMQ soit maximale.



1. Exprimer PM et MQ en fonction de x.
2. Justifier que l'aire de APMQ s'écrit : $f(x) = \dfrac{12}{25}x(5-x)$.
3. Étudier f sur $[0;5]$ et répondre au problème posé.