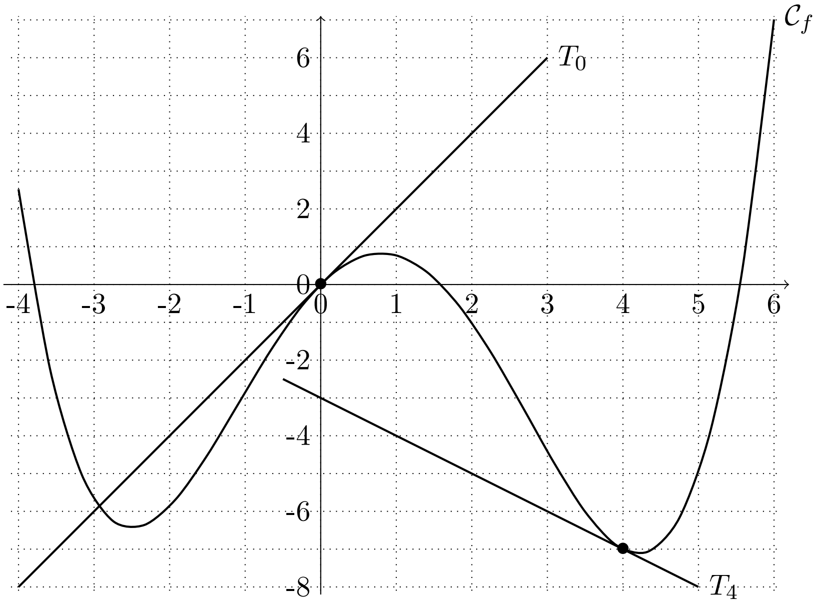
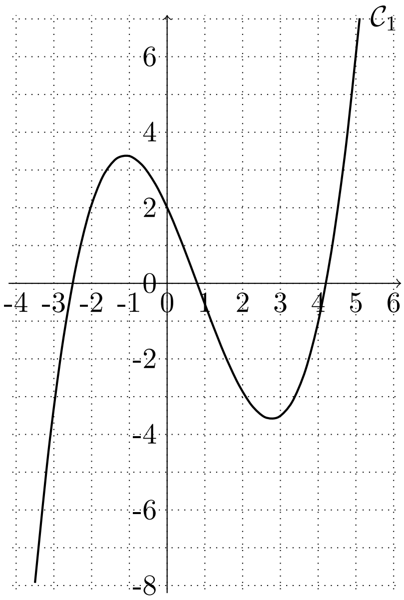
Mathématiques - Devoir surveillé n° 6

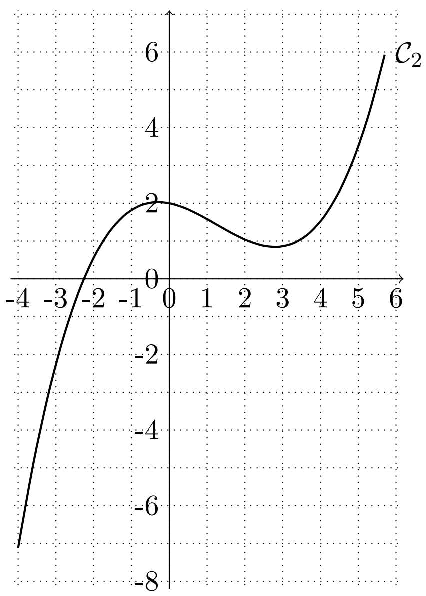
Exercice 1 (5 points) :

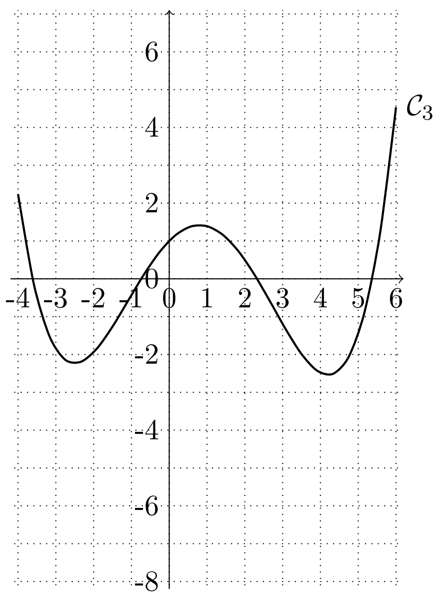


La courbe $\mathcal{C}_f$ ci-dessus représente une fonction f définie sur $[-4\,;6]$. On a dessiné la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 et la tangente T_4 à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.

1. Parmi les trois courbes ci-dessous, quelle est celle qui représente la dérivée f' de f ? (Justifier.)







2. Déterminer graphiquement $f'(0)$ et $f'(4)$ (justifier.)
3. Déterminer l'équation réduite de la droite T_4.

Exercice 2 (5 points) :

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f : f(x) = \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{\sqrt{3}}$
2. $g : g(x) = x^3\sqrt{x}$
3. $h : h(x) = \dfrac{x^4 + 5x^2}{3x - 1}$

Exercice 3 (5 points) :

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 1$.

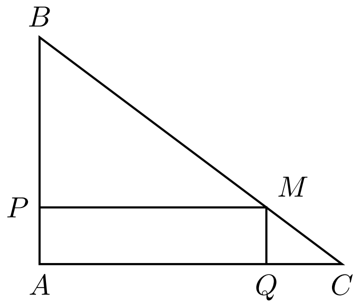
1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de f'.
3. Dresser le tableau de variations de f.
4. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 3.

Exercice 4 (5 points) :

ABC est un triangle rectangle en A avec $AB = 3$, $AC = 4$ et $BC = 5$.

M est un point de $[BC]$ tel que $BM = x$ $(0 \leqslant x \leqslant 5)$.

Le but est de savoir comment placer M pour que l'aire du rectangle $APMQ$ soit maximale.



1. Exprimer PM et MQ en fonction de x.
2. Justifier que l'aire de $APMQ$ s'écrit $f(x) = \dfrac{12}{25}x(5 - x)$.
3. Étudier les variations de f sur $[0; 5]$ et répondre au problème posé.