Correction du devoir surveillé n° 1

Exercice 1 (6 points) :

1. $4x^2 - 8x - 21 = 0$
   $\Delta = 400$; $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\frac{3}{2}\,;\frac{7}{2}\right\}}$

2. $-48x^2 + 264x - 363 = 0$
   $\Delta = 0$; $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\frac{11}{4}\right\}}$

3. $3x^2 - 14x + 19 = 0$
   $\Delta = -32$; $\boxed{\mathscr{S} = \varnothing}$

4. $3x^2 + 20x - 5 = 7x + 5$ qui est équivalent à : $3x^2 + 13x - 10 = 0$
   $\Delta = 289$; $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-5\,;\frac{2}{3}\right\}}$

Exercice 2 (4 points) :

1. $3x^2 + 11x - 4 < 0$
   $\Delta = 169$; $x_1 = -4$, $x_2 = \frac{1}{3}$.

x	$-\infty$		-4		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x^2 + 11x - 4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   L'ensemble solution est donc : $\boxed{\mathscr{S} = \left]-4\,;\frac{1}{3}\right[}$

2. $10x^2 - x - 21 \geq 0$
   $\Delta = 841$; $x_1 = -\frac{7}{5}$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

x	$-\infty$		$-\frac{7}{5}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$10x^2 - x - 21$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   L'ensemble solution est donc : $\boxed{\mathscr{S} = \left]-\infty\,;-\frac{7}{5}\right[\cup \left]\frac{3}{2}\,;+\infty\right[}$

Exercice 3 (4 points) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + 5x - 100$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + x + 17$ et soit $\mathcal{C}_g$ sa représentation graphique.

1. La parabole est tournée vers le haut car a est positif.
   On a $:= -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{4}$ et $f\left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{825}{8}$
   On obtient le tableau :

x	$-\infty$		$\dfrac{-5}{4}$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$-\dfrac{825}{8}$	$\nearrow$	

2. On résout l'équation $f(x) = g(x)$
   $2x^2 + 5x - 100 = x^2 + x + 17$
   $x^2 + 4x - 117 = 0$
   $\Delta = 484$; $x_1 = -13$, $x_2 = 9$.
   On calcule : $f(-13) = g(-13) = 173$; $f(9) = g(9) = 107$.
   Les points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ ont donc pour coordonnées : $(-13\,;173)$ et $(9\,;107)$.

Exercice 4 (6 points) :

Dans une entreprise, les coûts de fabrication de q objets sont donnés, en euros, par :

$C(q) = 0{,}1q^2 + 18q + 1200$, pour $q \in [0; 500]$.

L'entreprise vend chaque objet fabriqué 52 €.

1. On doit avoir : $C(q) = 0{,}1q^2 + 18q + 1200 = 4000$, soit : $0{,}1q^2 + 18q - 2800 = 0$
   $\Delta = 1444$; $q_1 = -280$ et $q_2 = 100$.
   On élimine x_1, qui n'a pas de sens dans le cadre de l'énoncé. Pour que les coûts de fabrication soient égaux à 4000 €, q doit être égal à 100.
2. Chaque objet est vendu 52 €, donc la recette est : $R(q) = 52q$.
   Le bénéfice est la différence recette − coûts, donc : $B(q) = 52q - (0{,}1q^2 + 18q + 1200)$,
   soit : $B(q) = -0{,}1q^2 + 34q - 1200$
3. Pour réaliser un bénéfice, il faut avoir $B(q) > 0$
   On résout ainsi l'inéquation $-0{,}1q^2 + 34q - 1200 > 0$.
   $\Delta = 676$; $x_1 = 40$, $x_2 = 300$.

q	0		40		300		500
$-0{,}1q^2 + 34q - 1200$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   L'ensemble solution est donc : $\mathscr{S} =]40\,;300[$
   Pour que cette entreprise réalise un bénéfice, elle doit fabriquer entre 40 et 300 objets.
4. On calcule : $-\dfrac{b}{2a} = 170$. On peut remarquer que c'est la moyenne des deux racines 40 et 300.
   $B(170) = 1690$

q	0		170		500
$B(q)$		$\nearrow$	1690	$\searrow$	

   Le bénéfice maximum est donc 1690 €, et le nombre d'objets à fabriquer pour obtenir ce maximum est 170.