Mathématiques - Devoir surveillé n° 2

Première E3 - 13/11/2019

Exercice 1 (6 points) :

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher : 7 jetons blancs numérotés de 1 à 7 et 3 jetons noirs numérotés de 1 à 3.

On tire simultanément (donc sans remise) deux jetons de ce sac.

1. On note A l'évènement « obtenir deux jetons blancs ».
   Démontrer que la probabilité de l'évènement A est égale à $\dfrac{7}{15}$.
2. On note B l'évènement « obtenir deux jetons portant des numéros impairs ».
   Calculer la probabilité de B.
3. Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 2 (8 points) :

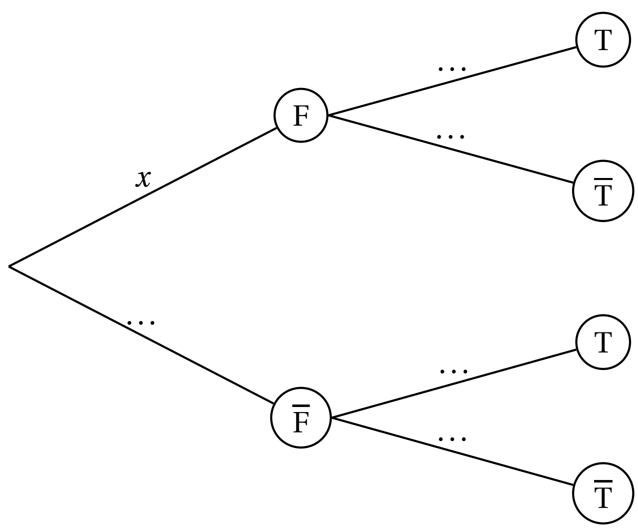
Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhère à la section tennis. On sait également que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis.

On choisit au hasard un membre de cette association et on note :

- F l'événement « le membre choisi est une femme »,
- T l'événement « le membre choisi adhère à la section tennis ».

Soit x la probabilité de F.

1. Compléter l'arbre suivant :



2. Calculer $P(T)$ en fonction de x.
3. Montrer que la probabilité de l'événement F est égale à $\frac{2}{5}$.
4. On choisit un membre parmi les adhérents à la section tennis.
   Quelle est la probabilité que ce membre soit une femme ?

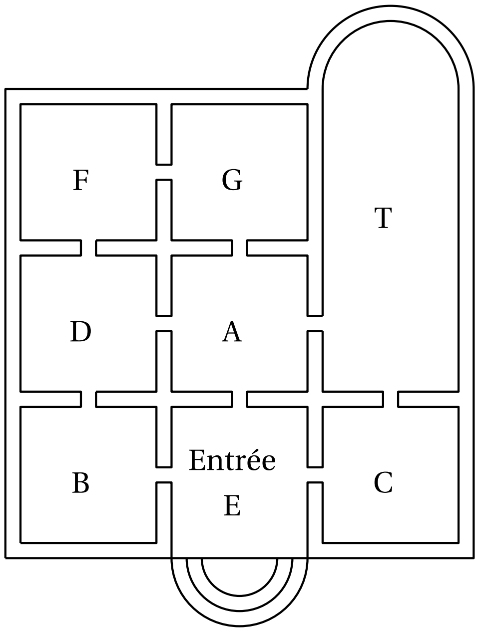
Exercice 3 (6 points) :

Le directeur d'un musée, dont le plan est fourni ci-dessous, organise une exposition.

Afin de prévoir la fréquentation des salles, il décide d'imaginer le parcours d'un visiteur, pris au hasard, en faisant les hypothèses suivantes :

- Le visiteur passe *au hasard* d'une salle à une salle voisine.
- Pour sortir d'une salle, il franchit de manière équiprobable n'importe quelle autre porte que celle qu'il a utilisée pour entrer.

  Dans le parcours du visiteur, le directeur ne s'intéresse qu'aux quatre premières salles traversées, l'entrée E étant comprise dans celles-ci. Un trajet par ces quatre premières salles est codé par un mot de quatre lettres, commençant par la lettre E. Par exemple :
- Si le visiteur passe successivement par les salles E, B, D, F, on codera son trajet par le mot EBDF.
- Le trajet codé EBDB est impossible avec les hypothèses choisies.



On considère un visiteur, pris au hasard, devant effectuer un trajet selon les hypothèses précédentes.

1. Construire l'arbre pondéré des différents trajets possibles pour ce visiteur.
2. Montrer que la probabilité du parcours codé EBDF est $\dfrac{1}{6}$.
3. Déterminer la probabilité p_1 de l'évènement : « La quatrième salle du trajet est F ».
4. Pour des raisons techniques, le directeur installe les œuvres les plus intéressantes dans la salle T. Déterminer la probabilité p_2 de l'évènement « Le trajet passe par la salle T ».
5. Le directeur décide d'obliger les visiteurs à se diriger, après l'entrée, vers la salle A, les hypothèses précédentes demeurant pour la suite des trajets. Il pense ainsi augmenter la probabilité qu'un visiteur passe par la salle T.

   Prouver qu'il a tort.