Correction du devoir surveillé n° 4

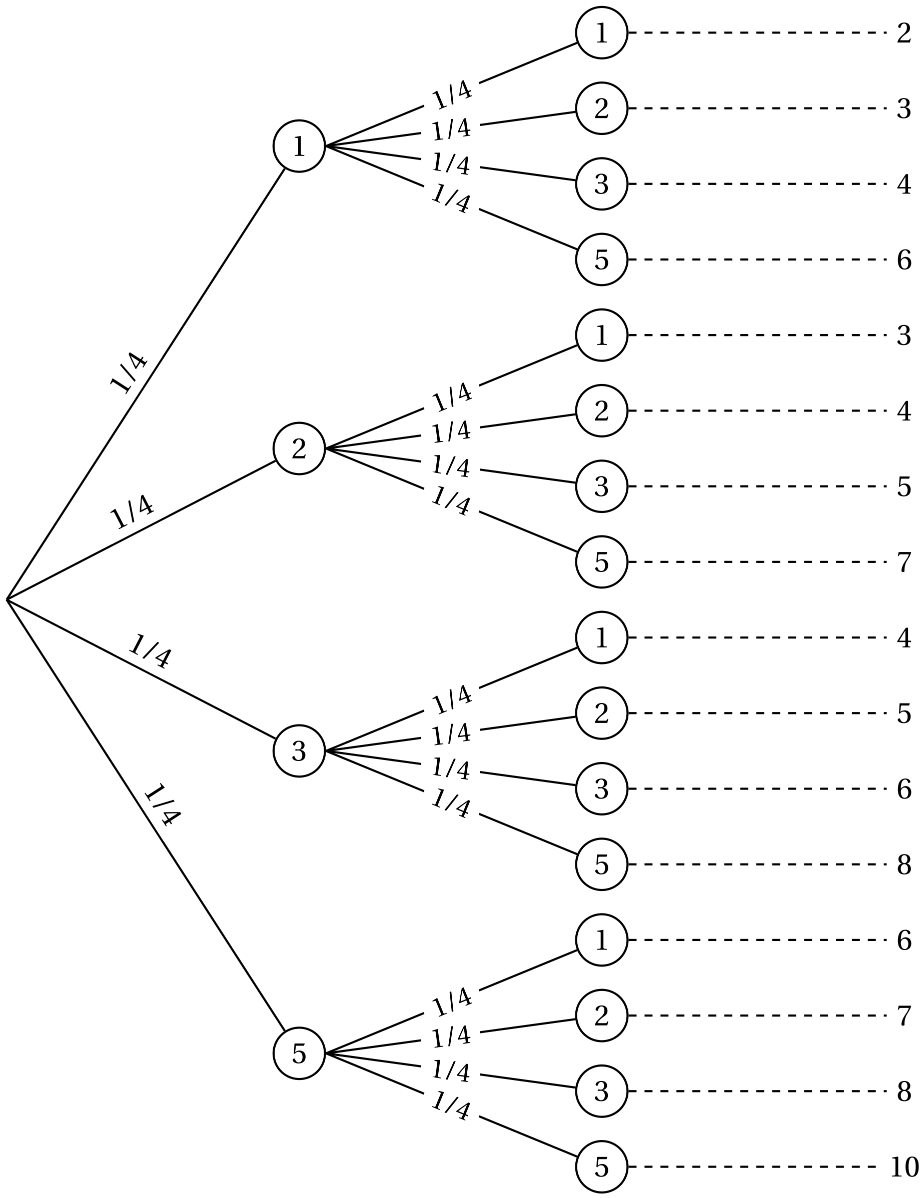
1S1 - 30.11.2018

Exercice 1 :

1. $E(X) = -5 \times 0{,}1 - 1 \times 0{,}2 + \ldots + 9 \times 0{,}1$
   $E(X) = 3$
2. $V(X) = (-5-3)^2 \times 0{,}1 + (-1-3)^2 \times 0{,}2 + \ldots + (9-3)^2 \times 0{,}1$
   $V(X) = 15{,}4$
   $\sigma(X) = \sqrt{15{,}4}$
   $\sigma(X) \simeq 3{,}924$

Exercice 2 :

1. On représente les deux résultats et la somme des deux points obtenus :



2. Chaque couple (points au 1$^{\text{er}}$ tirage ; points au 2$^{\text{nd}}$ tirage) (autrement dit, chaque trajet sur l'arbre) a une probabilité de $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.

Chaque valeur prise par X correspond à la somme des points, moins les 5€de mise.

Il ne reste qu'à ajouter les probabilités des couples correspondant à une somme donnée de points.
On obtient le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	5
$P(X=x)$	$\dfrac{1}{16}$	$\dfrac{2}{16}$	$\dfrac{3}{16}$	$\dfrac{2}{16}$	$\dfrac{3}{16}$	$\dfrac{2}{16}$	$\dfrac{2}{16}$	$\dfrac{1}{16}$

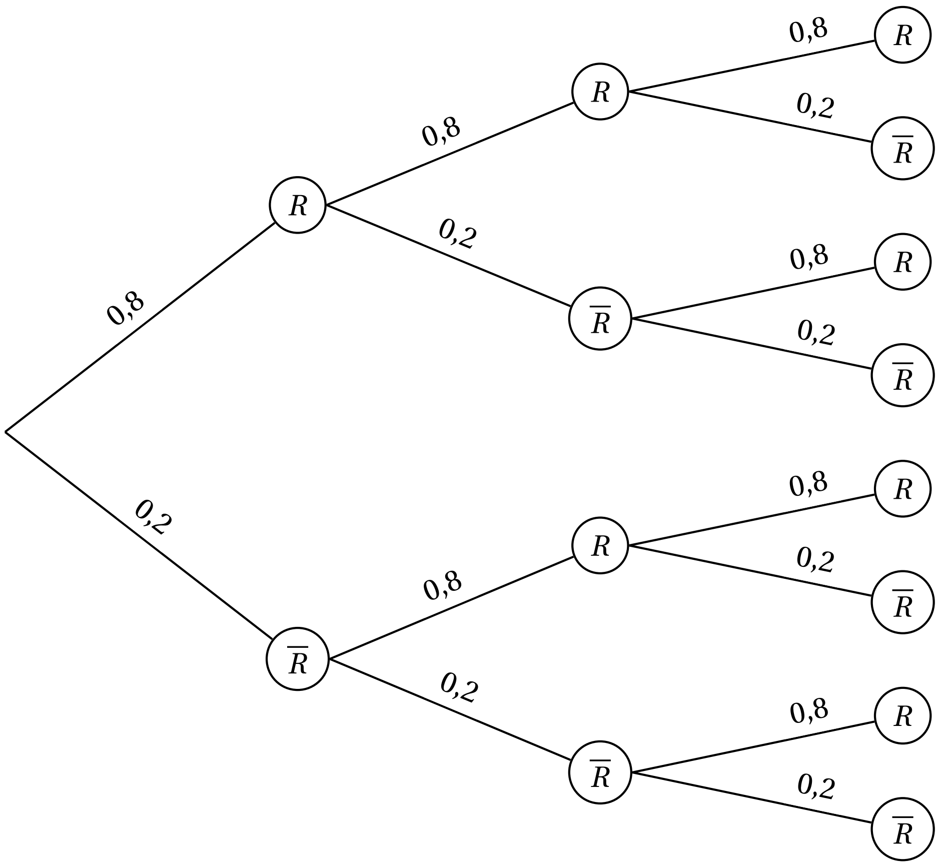
3. $E(X) = \dfrac{1}{16}(1\times(-3)+2\times-(-2)+3\times(-1)+2\times 0+3\times 1+2\times 2+2\times 3+1\times 5) = \dfrac{8}{16} = \dfrac{1}{2}$

   $E(X) = \dfrac{1}{2}$

   L'espérance n'est pas nulle, donc le jeu n'est pas équitable.

Exercice 3 :

1. Notons : R l'événement : « le tir est réussi » et $\overline{R}$: « le tir est raté ».



2. On a : $P(X=0) = P(\overline{R},\overline{R},\overline{R}) = 0{,}2^3 = 0{,}008$

   $P(X=1) = P(R,\overline{R},\overline{R}) + P(\overline{R},R,\overline{R}) + P(\overline{R},\overline{R},R) = 3\times 0{,}2^2\times 0{,}8 = 0{,}096$

   $P(X=2) = P(R,R,\overline{R}) + P(R,\overline{R},R) + P(\overline{R},R,R) = 3\times 0{,}2\times 0{,}8^2 = 0{,}384$

   $P(X=3) = P(R,R,R) = 0{,}8^3 = 0{,}512$

   Vérifions : $0{,}008+0{,}096+0{,}384+0{,}512 = 1$

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,008	0,096	0,384	0,512

3. $E(X) = 0{,}096 \times 1 + 0{,}384 \times 2 + 0{,}512 \times 3$

   $E(X) = 2{,}4$

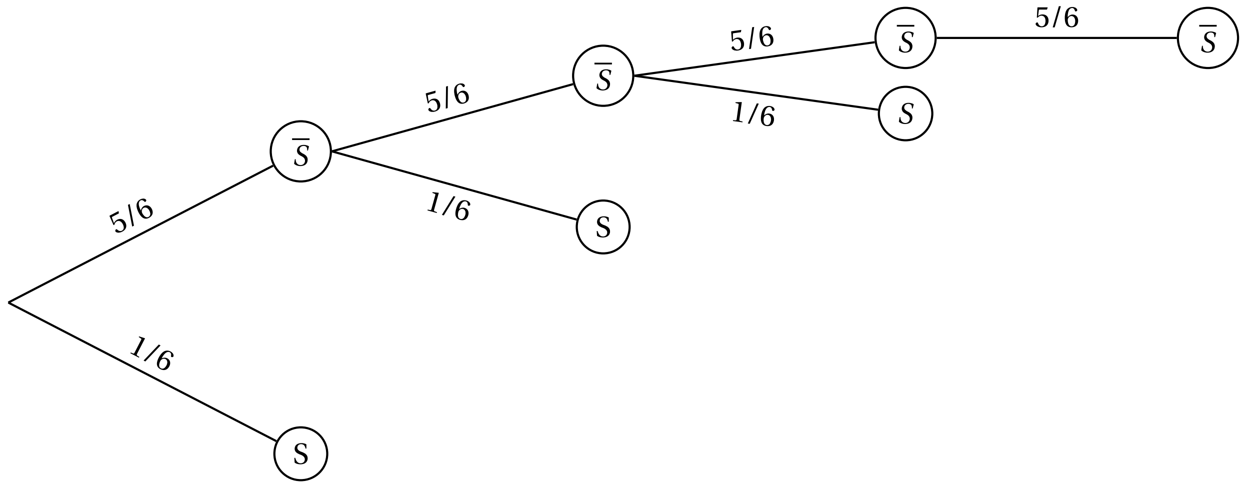
   Ce résultat était prévisible. En effet, la probabilité que A réussisse un tir au but est de 0,8 ce qui signifie qu'il réussit en moyenne 0,8 réussite sur un tir, 1,6 réussites sur 2 tirs, 2,4 réussites sur 3 tirs, 4 réussites sur 5 tirs, 8 réussites sur 10 tirs, etc.

   Plus généralement, il réussit en moyenne $0{,}8n$ tirs sur n.

Exercice 4 :

1. Notons S l'événement : « on obtient un six » et $\overline{S}$ l'événement : « on obtient un autre nombre que six ».

   On voit très facilement que $P(S) = \dfrac{1}{6}$. On obtient donc :



2. $P(X=0) = P(\overline{S},\overline{S},\overline{S},\overline{S}) = \left(\dfrac{5}{6}\right)^4 = \dfrac{625}{1296}$

   $P(X=1) = P(S) = \dfrac{1}{6}$

   $P(X=2) = P(\overline{S},S) = \dfrac{5}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{36}$

   $P(X=3) = P(\overline{S},\overline{S},S) = \left(\dfrac{5}{6}\right)^2 \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{25}{216}$

   $P(X=4) = P(\overline{S},\overline{S},\overline{S},S) = \left(\dfrac{5}{6}\right)^3 \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{125}{1296}$

   Le tableau :

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\dfrac{625}{1296}$	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{5}{36}$	$\dfrac{25}{216}$	$\dfrac{125}{1296}$

   On peut vérifier que la somme des probabilités fait bien 1.

3. $E(X) = \dfrac{1}{6} \times 1 + \dfrac{5}{36} \times 2 + \dfrac{25}{216} \times 3 + \dfrac{125}{1296} \times 4 = \dfrac{1526}{1296} = \dfrac{763}{648}$

   $E(x) \simeq 1{,}18$