Mathématiques - Devoir surveillé n° 6

Exercice 1 (7 points) :

On a réalisé une étude de la population d'une grande ville. On a pu observer que 74 % des habitants de cette ville possèdent un ordinateur.

On interroge successivement, au hasard et de façon indépendante 10 personnes dans cette population et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes possédant un ordinateur parmi les dix interrogées.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? (Justifier.)
2. Quelle est la probabilité que les 10 personnes interrogées aient un ordinateur.
3. Quelle est la probabilité que trois personnes interrogées exactement aient un ordinateur.
4. Quelle est la probabilité qu'au moins deux des personnes interrogées possèdent un ordinateur.
5. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat.

Exercice 2 (4 points) :

Une usine fabrique des composants électroniques dont 5% présentent des défauts. On considère un échantillon de 200 objets. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de composants présentant un défaut parmi l'échantillon.

On admet que X suit une loi binomiale.

1. Déterminer les paramètres de cette loi.
2. Quelle est la probabilité qu'aucun objet ne soit défectueux ?
3. Quelle est la probabilité qu'un seul objet soit défectueux ?
4. Quelle est la probabilité qu'au plus 3 objets soient défectueux ?

Exercice 3 (4 points). :

Une urne contient une boule rouge et une boule verte, indiscernables au toucher. On effectue 20 tirages successifs d'une boule avec remise (après chaque tirage la boule est remise dans l'urne).

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de boules rouges parmi les 20 boules tirées

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?
2. Quelle est la probabilité qu'il y ait autant de boules vertes que de boules rouges parmi les 20 boules tirées ?
3. Un jeu est constitué de la façon suivante : à l'issue du tirage des 20 boules, on gagne cinq euros s'il y a autant de boules rouges que de boules vertes et on perd un euro sinon.
   Soit Y le gain algébrique associé à ce jeu. Calculer l'espérance de Y.
   A-t-on intérêt à jouer à ce jeu ?

Exercice 4 (5 points) :

Deux joueurs A et B s'affrontent dans un tournoi de tennis de table. La probabilité que A gagne une partie est de 0,6. On joue 7 parties, le vainqueur est celui qui gagne le plus de parties.

1. Quelle est la probabilité que A gagne le tournoi ?
2. Même question si A et B disputent 9 parties, puis 21 parties. Que peut-on remarquer ?