1 Équations et inéquations

Exercice 10 page 177 :

Méthode : toujours se ramener à une forme du type $e^a = e^b$

a) $e^{2x+4} = 1$ Idée : écrire $1 = e^0$

$e^{2x+4} = e^0$ Si $e^a = e^b$ alors $a = b$

$2x + 4 = 0$

$x = -2$

b) $e^{-3x+7} = e^{-2}$ Si $e^a = e^b$ alors $a = b$

$-3x + 7 = -2$

$-3x = -9$

$x = 3$

c) $e^{x^2} - e = 0$

$e^{x^2} = e$ Idée : écrire $e = e^1$

$e^{x^2} = e^1$ Si $e^a = e^b$ alors $a = b$

$x^2 = 1$

$x = -1$ ou $x = 1$

Exercice 11 page 177 :

Même méthode : toujours se ramener à une forme du type $e^a = e^b$.

La fonction exponentielle est croissante, donc elle conserve les inégalités.

a) $e^x > e$ Idée : écrire $e = e^1$

$e^x > e^1$ Si $e^a > e^b$ alors $a > b$

$x > 1$

b) $e^x \leq 0$ Problème : 0 n'est l'image d'aucun nombre par la fonction exp.

On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$

Donc l'inéquation $e^x \leq 0$ n'a pas de solution.

c) $e^x < e^{-2}$

$x < -2$

Exercice 12 page 177 :

a) $e^{3x+1} > 1$

$e^{3x+1} > e^0$

$3x + 1 > 0$

$x > -\frac{1}{3}$

b) $e^{-2x+1} \geq e^4$

$-2x + 1 \geq 4$

$-2x \geq 3$

$x \leq -\frac{3}{2}$

c) On sait que pour tout x : $\mathrm{e}^x > 0$; donc $\mathrm{e}^{2x+1} > 0$ et $\mathrm{e}^{5x-7} < 0$

Donc pour tout x : $\mathrm{e}^{2x+1} + \mathrm{e}^{5x-7} > 0$

Donc l'inéquation $\mathrm{e}^{2x+1} + \mathrm{e}^{5x-7} < 0$ n'a pas de solution.