

# MATHÉMATIQUES – Devoir surveillé n°8

## Exercice 1 (Question de cours) : (2 points)

Soit  $q$  un nombre réel différent de 1.

Démontrer que  $1+q+q^2+q^3+q^4+\dots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

## Exercice 2 : (3 points)

Pour chacun des cas suivants, indiquer si  $(u_n)$  est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre. Justifier la réponse.

$$a) \begin{cases} u_0=5 \\ u_{n+1}=-2u_n \end{cases} \quad b) u_n=3n+2 \quad c) u_n=-3+4^n$$

## Exercice 3 : (4 points)

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_2 = 2$  et  $u_6 = 3,2$ .

1. Déterminer la raison  $r$  de cette suite, puis son premier terme  $u_0$ .
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Déterminer le sens de variation de  $(u_n)$  (croissante, décroissante ou ni l'un ni l'autre).

## Exercice 4 : (5 points)

La suite  $(u_n)$  est définie par : 
$$\begin{cases} u_0=5 \\ u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ . (Justifier la réponse.)
3. Soit  $S_n = u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$ . Calculer  $S_{10}$ .
4. Compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule  $S_n$ ,  $n$  étant choisi par l'utilisateur.

```
Variables : n, u, S, k : nombres
Début algorithme
Entrée
    Lire n
Initialisation
    u prend la valeur .....
    S prend la valeur u
Traitement
    Pour k allant de 1 jusqu'à n :
        u prend la valeur .....
        S prend la valeur .....
    Fin Pour
Sortie
    Afficher S
```

## Exercice 5 : (6 points)

Soit  $(u_n)$  la suite définie par :  $u_n = \frac{n}{n+1}$ .

1. Démontrer que  $(u_n)$  est croissante.
2. Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq 1$ .

3. Remplir le tableau suivant :

$n$	1	2	5	10	100	1000	1 000 000
$u_n$							

4. Au vu du tableau, émettre une conjecture concernant  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .