

Mathématiques - Devoir surveillé n°4

Exercice 1 (4 points) :

Pour chacun des cas suivants, indiquer si la suite (u_n) est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre. Justifier la réponse.

1. $u_n = 5 \times 2^{n+3}$
2. $u_n = 1 + 5^n$
3. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$
4. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2^n u_n \end{cases}$

Exercice 2 (4 points) :

Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_2 = 2$ et $u_8 = 11$.

1. Déterminer la raison r de cette suite, puis son premier terme u_0 .
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Déterminer le sens de variation de (u_n) (croissante, décroissante ou ni l'un ni l'autre).
4. Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{25}$.

Exercice 3 (4 points) :

Étudier les variations des suites suivantes :

1. (u_n) définie par $u_n = \frac{3^n}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.
2. (v_n) définie par $v_n = n^2 - 12n + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 4 (6 points) :

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n \end{cases}$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Exprimer u_n en fonction de n . (Justifier la réponse.)
3. Étudier le sens de variation de (u_n) . (Justifier.)
4. On pose : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Calculer S_n en fonction de n .
5. Calculer S_{10} , S_{20} et S_{50} (arrondir au millième).

La suite S_n semble-t-elle avoir une limite ? Si oui, laquelle ?

Exercice 5 (2 points) :

Le radon est un élément radioactif : pendant une période de quatre heures, chaque atome de radon a une probabilité d'environ 0,029 de se désintégrer en atome de polonium en émettant une particule α . Un échantillon contient une très grande quantité d'atomes de radon, on peut donc considérer que pendant une période de 4 heures, il perd effectivement 2,9 % de sa masse.

Au bout de combien de temps environ la masse de l'échantillon sera-t-elle divisée par 2 ?