

# Mathématiques - Devoir surveillé n°4

## Exercice 1 (4 points) :

Pour chacun des cas suivants, indiquer si la suite  $(u_n)$  est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre. Justifier la réponse.

1.  $u_n = 5 \times 2^{n+3}$
2.  $u_n = 1 + 5^n$
3.  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$
4.  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2^n u_n \end{cases}$

## Exercice 2 (4 points) :

Soit  $(u_n)$  une suite arithmétique telle que  $u_2 = 2$  et  $u_8 = 11$ .

1. Déterminer la raison  $r$  de cette suite, puis son premier terme  $u_0$ .
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Déterminer le sens de variation de  $(u_n)$  (croissante, décroissante ou ni l'un ni l'autre).
4. Calculer  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{25}$ .

## Exercice 3 (4 points) :

Étudier les variations des suites suivantes :

1.  $(u_n)$  définie par  $u_n = \frac{3^n}{n}$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$ .
2.  $(v_n)$  définie par  $v_n = n^2 - 12n + 1$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .

## Exercice 4 (6 points) :

La suite  $(u_n)$  est définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n \end{cases}$

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ . (Justifier la réponse.)
3. Étudier le sens de variation de  $(u_n)$ . (Justifier.)
4. On pose :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Calculer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
5. Calculer  $S_{10}$ ,  $S_{20}$  et  $S_{50}$  (arrondir au millième).

La suite  $S_n$  semble-t-elle avoir une limite ? Si oui, laquelle ?

## Exercice 5 (2 points) :

Le radon est un élément radioactif : pendant une période de quatre heures, chaque atome de radon a une probabilité d'environ 0,029 de se désintégrer en atome de polonium en émettant une particule  $\alpha$ . Un échantillon contient une très grande quantité d'atomes de radon, on peut donc considérer que pendant une période de 4 heures, il perd effectivement 2,9 % de sa masse.

Au bout de combien de temps environ la masse de l'échantillon sera-t-elle divisée par 2 ?