

Mathématiques - Devoir surveillé n°8

Exercice 1 (Question de cours) (2 points) :

Soit q un nombre réel différent de 1. Démontrer que $1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Exercice 2 (3 points) :

Pour chacune des suites, indiquer si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre. Justifier la réponse.

1. $u_n = 3 + n^2$
2. $v_n = \frac{2^{n+3}}{5^n}$
3. $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 0,1 \end{cases}$

Exercice 3 (4 points) :

Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_2 = 50$ et $u_5 = 6250$.

1. Déterminer la raison q de cette suite, puis son premier terme u_0 .
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Déterminer le sens de variation de (u_n) (croissante, décroissante ou ni l'un ni l'autre).
4. Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ (donner une valeur approchée à 3 chiffres significatifs).

Exercice 4 (4 points) :

Étudier les variations des suites suivantes :

1. (u_n) définie par $u_{n+1} = 2^n - n + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.
2. (v_n) définie par $v_n = n^2 - n - 1$ pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 5 (7 points) :

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 8$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + 2$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 . La suite (u_n) est-elle géométrique, arithmétique ?
2. Compléter l'algorithme suivant pour qu'il calcule u_n , n étant choisi par l'utilisateur.

```
Lire n
Initialisation :
    u prend la valeur .....
Traitement :
    Pour k allant de 1 jusqu'à n :
        u prend la valeur .....
    Fin Pour
Retourner .....
```

3. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - \frac{5}{2}$. Démontrer que (v_n) est géométrique. Donner sa raison et son premier terme v_0 .
4. Exprimer v_n en fonction de n . En déduire que $u_n = \frac{5}{2} + \frac{11}{2} \times \left(\frac{1}{5}\right)^n$.
5. Calculer u_5 , u_{10} , u_{20} . Quelle semble être la limite de la suite (u_n) ?