Corrigé du devoir surveillé n° 9

Exercice 1 :

1. $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC} = OA \times OC \times \cos(\widehat{AOC}) = 2 \times 2 \times \cos(120°) = -2$
2. $\overrightarrow{OD}.\overrightarrow{OA} = OD \times OA \times \cos(\widehat{DOA}) = 2 \times 2 \times \cos(180°) = -4$
3. $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DE} = DA \times DE \times \cos(\widehat{ADE}) = 4 \times 2 \times \cos(60°) = 4$
4. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OD}.\overrightarrow{OF} = OD \times OF \times \cos(\widehat{DOF}) = 2 \times 2 \times \cos(120°) = -2$

Exercice 2 :

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -4-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 5-(-1) \\ 4-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

   $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = xx' + yy' = 3 \times 6 - 7 \times 1 = 11$

2. $AB = \sqrt{x^2_{\overrightarrow{AB}} + y^2_{\overrightarrow{AB}}} = \sqrt{3^2 + (-7)^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$

   $AC = \sqrt{x^2_{\overrightarrow{AC}} + y^2_{\overrightarrow{AC}}} = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$

3. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$; donc $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB \times AC}$.

   Ainsi : $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{11}{\sqrt{58} \times \sqrt{37}} \simeq 0{,}2374$.

   On trouve à la calculatrice : $\widehat{BAC} \simeq 76{,}3°$

Exercice 3 :

1. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 4 \times 3{,}9 \times \cos(40° \simeq 11{,}95$

2. $BC^2 = \overrightarrow{BC}^2$

   $BC^2 = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})^2$

   $BC^2 = \overrightarrow{BA}^2 + 2 \times \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}^2$

   $BC^2 = BA^2 + 2 \times (-\overrightarrow{AB}).\overrightarrow{AC} + AC^2$

   $BC^2 = BA^2 - 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} + AC^2$

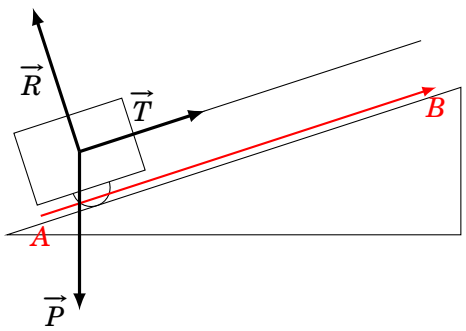
3. $BC^2 = BA^2 - 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} + AC^2$

   $BC^2 \simeq 4^2 - 2 \times 11{,}95 + 3{,}9^2 = 7{,}31$

   $BC \simeq \sqrt{7{,}31}$

   $BC \simeq 2{,}7\text{cm}$

Exercice 4 :



1. La réaction est orthogonale au plan incliné. Donc $\overrightarrow{R} \perp \overrightarrow{AB}$.
   Par conséquent, le produit scalaire est nul, donc le travail de la force de réaction vaut 0.

2. Calcul de la norme de $\overrightarrow{P}$: $P = mg = 400 \times 9{,}81 = 3924$ N.
   Travail de $\overrightarrow{P}$: $W(\overrightarrow{P} = \overrightarrow{P}.\overrightarrow{AB}$
   L'angle entre $\overrightarrow{P}$ et le sol (horizontal) est de 90°, et l'angle entre le sol et le plan incliné est de 18°.
   Dons l'angle entre $\overrightarrow{P}$ et le plan incliné est de 108°.
   Ainsi, $\overrightarrow{P}.\overrightarrow{AB} = P \times AB \times \cos(\overrightarrow{P}\,;\overrightarrow{AB}) = 3924 \times 50 \times \cos(108) \simeq -60629$ J.

3. Les vecteurs $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, de même sens, donc l'angle entre les deux mesure 0°.
   Donc $\overrightarrow{F}.\overrightarrow{AB} = F \times AB\cos(0°) = F \times 50$.
   Comme le travail de $\overrightarrow{F}$ est l'opposé du travail de $\overrightarrow{P}$, on obtient : $F \times 50 = 60629$
   On en déduit : $F = \dfrac{60629}{50} \simeq 1213$ N.