Correction du devoir surveillé n° 1

Exercice 1 :

1. $-3x^2 + 35x - 22 = 0$

   $\Delta = 961$, donc il y a deux solutions.

   $\mathscr{S} = \left\{11 \,;\, \dfrac{2}{3}\right\}$

2. $25x^2 - 20x + 6 = 0$

   $\Delta = -200$, donc il y n'y a pas de solution.

   $\mathscr{S} = \varnothing$

3. $4x^2 - 5{,}6x + 1{,}96 = 0$

   $\Delta = 0$, donc il y a une solution.

   $\mathscr{S} = \left\{\dfrac{7}{10}\right\}$

4. $x^2 + 14x + 30 = -0{,}44x^2 + 1{,}04x$

   Cette équation est équivalente à : $1{,}44x^2 + 12{,}96x + 30 = 0$

   $\Delta = -4{,}8384$, donc il y n'y a pas de solution.

   $\mathscr{S} = \varnothing$

Exercice 2 :

1. $12x^2 - 17x - 5 \leq 0$

   $\Delta = 529$, donc il y a deux racines : $x_1 = -\dfrac{1}{4}$ et $x_2 = \dfrac{5}{3}$.

   Le polynôme est du signe de a, donc positif, sauf entre les racines.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$12x^2 - 17x - 5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   L'ensemble des solutions de l'inéquation $12x^2 - 17x - 5 \leq 0$ est donc : $\mathscr{S} = \left[-\dfrac{1}{4} \,;\, \dfrac{5}{3}\right]$

2. $2{,}5x^2 + 8x + 7 \leq 0$

   $\Delta = -6$, donc il y n'y a pas de racine.

   Le polynôme est du signe de a.

x	$-\infty$		$+\infty$
$2{,}5x^2 + 8x + 7$		$+$	

   L'inéquation $12x^2 - 17x - 5 \leq 0$ n'admet donc aucune solution. $\mathscr{S} = \varnothing$

Exercice 3 :

$f(x) = -2x^2 + 6x + 5.$

1. Ici, a est négatif, donc la courbe a les bras tournés vers le bas.
   L'abscisse du sommet est $-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-6}{-4} = \dfrac{3}{2}$.
   On calcule : $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{19}{2}$
   On obtient donc le tableau de variations :

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{19}{2}$	$\searrow$

2. On voit sur le tableau que f admet un maximum égal à $\dfrac{19}{2}$.

Exercice 4 :

1. D'après les rappels, la résistance totale est : $x + \dfrac{Rx}{R+x}$. Elle vaut 45Ω et $R = 14\Omega$.
   On a donc : $x + \dfrac{14x}{14+x} = 45$.

   Réduisons au même dénominateur :
   $\dfrac{x(14+x)}{14+x} + \dfrac{14x}{14+x} = \dfrac{45(14+x)}{14+x}$.

   Regroupons tout au premier membre de l'égalité :
   $\dfrac{x(14+x) + 14x - 45(14+x)}{14+x} = 0$

   Multipliant par $14 + x$, le dénominateur disparaît et on obtient :
   $x(14+x) + 14x - 45(14+x) = 0$

   Développons, réduisons et ordonnons :
   $14x + x^2 + 14x - 45 \times 14 - 45x = 0$
   $x^2 - 17x - 630 = 0$ C'est bien l'équation de l'énoncé.

2. $\Delta = 2809$, donc il y a deux solutions : $x_1 = -18$ et $x_2 = 35$.

   Une résistance ne peut pas être négative. On élimine donc la solution -18.
   Pour répondre au problème posé, la valeur de x doit être 35Ω.

   Vérification : $35 + \dfrac{14 \times 35}{14+35} = 35 + \dfrac{490}{49} = 35 + 10 = 45$.