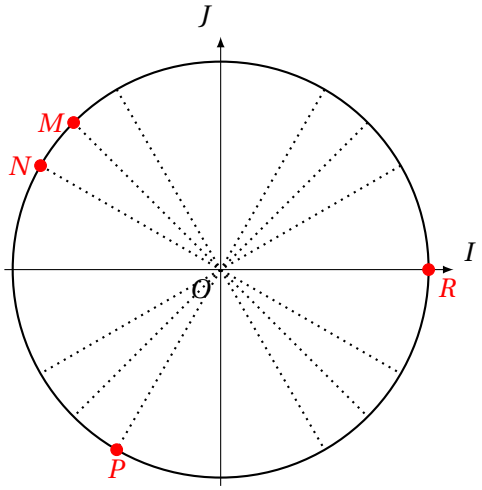
Correction du devoir surveillé n° 3

Exercice 1 (4 points) :

1. $(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM})$ mesure $-\dfrac{5\pi}{4}$
2. $(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON})$ mesure $\dfrac{5\pi}{6}$
3. $(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP})$ mesure $\dfrac{-8\pi}{3}$
4. $(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OR})$ mesure -6π



Exercice 2 (3 points) :

1. $\alpha = \dfrac{28\pi}{3}$ et $\beta = \dfrac{56\pi}{3}$.
   $\alpha - \beta = \dfrac{28\pi}{3} - \dfrac{56\pi}{3} = -\dfrac{28\pi}{3}$.
   Ce n'est pas un multiple de 2π, donc α et β ne sont pas des mesures d'un même angle.

2. $\alpha = \dfrac{-15\pi}{4}$ et $\beta = \dfrac{73\pi}{4}$.
   $\alpha - \beta = -\dfrac{15\pi}{4} - \dfrac{73\pi}{4} = -\dfrac{88\pi}{4} = -22\pi$.
   C'est un multiple de 2π, donc α et β sont des mesures d'un même angle.

3. $\alpha = \dfrac{21\pi}{6}$ et $\beta = \dfrac{57\pi}{6}$.
   $\alpha - \beta = \dfrac{21\pi}{6} - \dfrac{57\pi}{6} = -\dfrac{36\pi}{6} = -6\pi$.
   C'est un multiple de 2π, donc α et β sont des mesures d'un même angle.

Exercice 3 (3 points) :

1. $\alpha = -\dfrac{25\pi}{3}$.
   $\alpha + 8\pi = -\dfrac{25\pi}{3} + 8\pi = -\dfrac{25\pi}{3} + \dfrac{24\pi}{3} = -\dfrac{\pi}{3}$.
   $-\dfrac{\pi}{3} \in]-\pi\,;\pi]$ donc la mesure principale de cet angle est : $-\dfrac{\pi}{3}$.

2. $\alpha = \dfrac{-31\pi}{4}$.
   $\alpha + 8\pi = -\dfrac{31\pi}{4} + 8\pi = -\dfrac{31\pi}{4} + \dfrac{32\pi}{4} = \dfrac{\pi}{4}$.
   $\dfrac{\pi}{4} \in]-\pi\,;\pi]$ donc la mesure principale de cet angle est : $\dfrac{\pi}{4}$.

3. $\alpha = \dfrac{51\pi}{7}$.

   $\alpha - 8\pi = \dfrac{51\pi}{7} - 8\pi = \dfrac{51\pi}{7} - \dfrac{56\pi}{7} = -\dfrac{5\pi}{7}$.

   $-\dfrac{5\pi}{7} \in]-\pi;\pi]$ donc la mesure principale de cet angle est : $-\dfrac{5\pi}{7}$.

Exercice 4 (4 points) :

1. $\cos(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, soit : $\cos(x) = \cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

   D'après la propriété du cours, les solutions sur $\mathbb{R}$ sont alors de la forme :

   $$\begin{cases} x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = -\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

   Pour chaque ensemble de solutions, on cherche celle qui appartient à $[0;2\pi[$.

   $\dfrac{3\pi}{4} \in [0;2\pi[$ donc on la garde.

   $-\dfrac{3\pi}{4} \notin [0;2\pi[$ donc on ajoute 2π : $-\dfrac{3\pi}{4} + 2\pi = -\dfrac{3\pi}{4} + \dfrac{8\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}$.

   $\dfrac{5\pi}{4} \in [0;2\pi[$ donc on la garde.

   Les solutions sur $[0;2\pi[$ sont donc $\dfrac{3\pi}{4}$ et $\dfrac{5\pi}{4}$.

2. $\sin(x) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, soit : $\sin(x) = \sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$.

   D'après la propriété du cours, les solutions sur $\mathbb{R}$ sont alors de la forme :

   $$\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ x = \pi - \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi = \dfrac{2\pi}{3} \quad \text{avec } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

   Pour chaque ensemble de solutions, on cherche celle qui appartient à $]-\pi;\pi]$.

   $\dfrac{\pi}{3} \in]-\pi;\pi]$ donc on la garde.

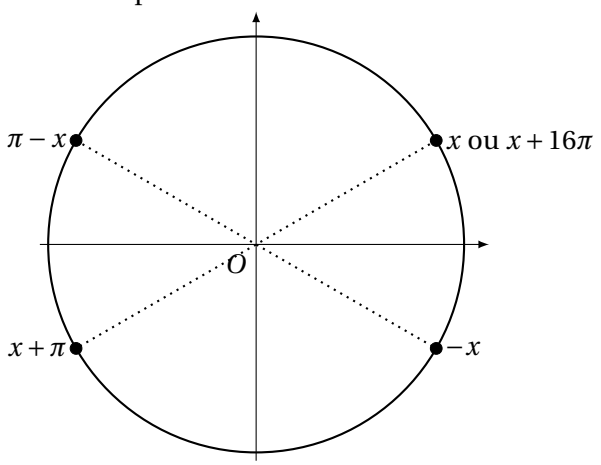
   $\dfrac{2\pi}{3} \in]-\pi;\pi]$ donc on la garde.

   Les solutions sur $]-\pi;\pi]$ sont donc $\dfrac{\pi}{3}$ et $\dfrac{2\pi}{3}$.

Exercice 5 (4 points) :

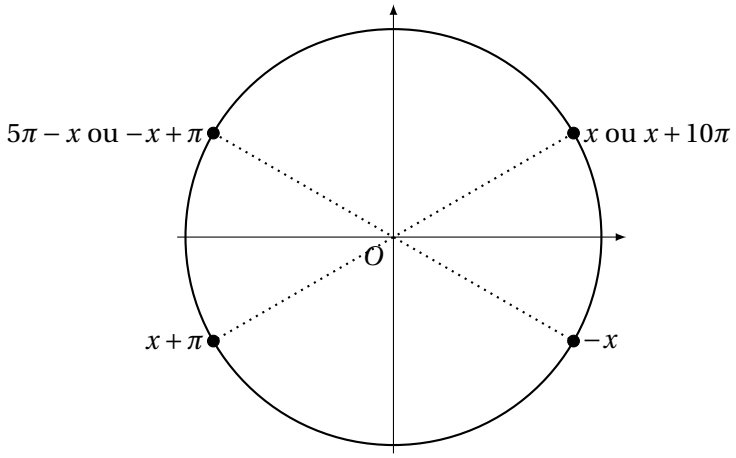
1. $A = \cos(x+\pi) + \sin(\pi - x) - \cos(-x) + \cos(x + 16\pi)$

   Faisons un petit dessin :



On voit que :
$\cos(x+\pi) = -\cos(x)$,
$\sin(\pi - x) = \sin(x)$,
$\cos(-x) = \cos(x)$ et
$\cos(x+16\pi) = \cos(x)$.
Donc : $A = -\cos(x) + \sin(x) - \cos(x) + \cos(x)$
Ainsi : $A = -\cos(x) + \sin(x)$

2. $B = \sin(x+10\pi) - \sin(-x) - \sin(5\pi - x) + \cos(-x+\pi)$
Faisons un petit dessin :



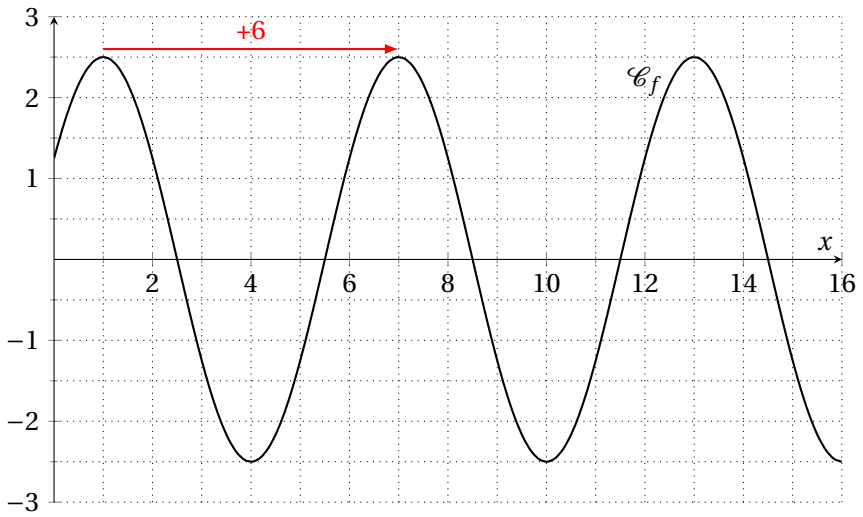
On voit que :
$\sin(x+10\pi) = \sin(x)$,
$\sin(-x) = -\sin(x)$,
$\sin(5\pi - x) = \sin(x)$ et
$\cos(-x+\pi) = -\cos(x)$.
Donc : $A = \sin(x) + \sin(x) - \sin(x) - \cos(x)$
Ainsi : $A = \sin(x) - \cos(x)$

Remarque : $A = B$.

Exercice 6 (2 points) :

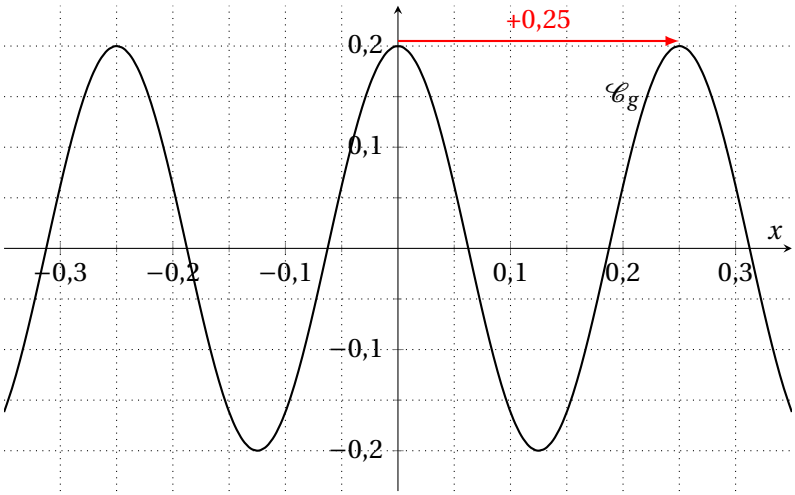
Déterminer la période de chacune des fonctions f, g dont on donne les représentations graphiques ci-après :

1.



On voit graphiquement que la période est T = 6 unités .

2.



On voit graphiquement que la période est T = 0,25 unités .