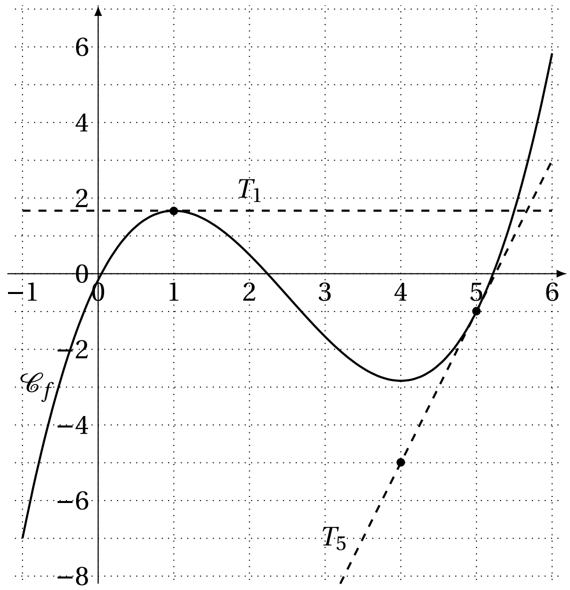
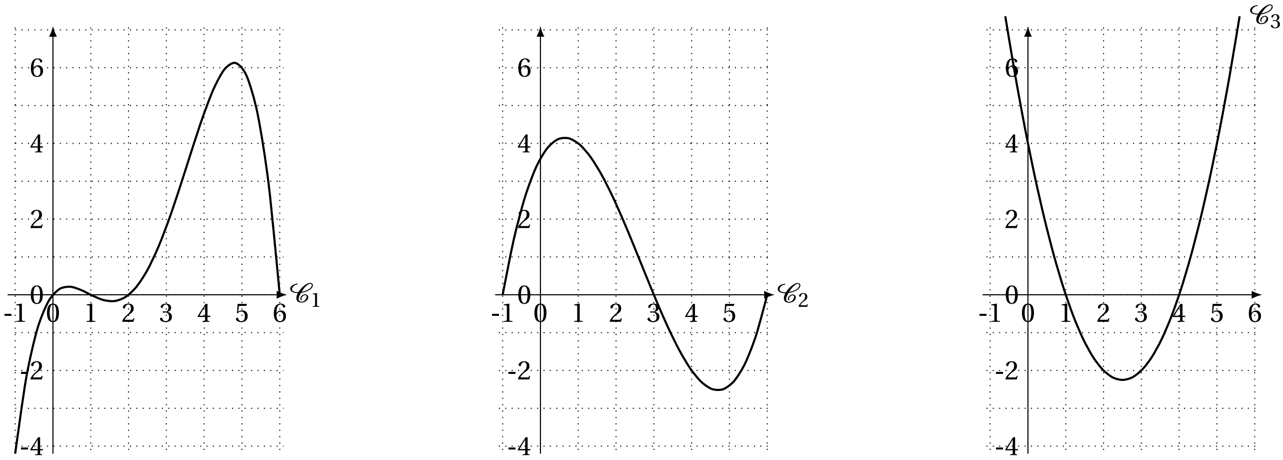
Corrigé du devoir surveillé n° 5

Exercice 1 :

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-5\,;6]$. On a dessiné la tangente T_1 à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 et la tangente T_5 à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 5.



1. Parmi les trois courbes ci-dessous, quelle est celle qui représente la dérivée f' de f ? (Justifier.)



2. Déterminer graphiquement $f'(1)$ et $f'(5)$ (justifier.)

Exercice 2 :

Déterminer l'ensemble de dérivabilité et calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f : f(x) = 3x^7 + 8x^5 + 5x + 3$
2. $g : g(x) = \dfrac{4}{x} - x^7$
3. $h : h(x) = \dfrac{5x^2+3}{2x-1}$
4. $k(x) = (5x^2 + x)\sqrt{x}$
5. $l(x) = (3x+2)^{20}$
6. $m(x) = \sqrt{7x+1}$

Exercice 3 :

Dans cette exercice, les longueurs sont exprimées en dm.

Une fabrique conditionne du liquide dans des emballages en forme de briques parallélépipédiques de 1 litre (rappel : 1 litre=1 dm^3).

On souhaite que la surface de base du parallélépipède rectangle soit un carré de côté x. On note h la hauteur de ce parallélépipède.

1. Sachant que le volume d'une brique est 1 dm^3, exprimer en fonction de x la hauteur h.
2. Soit $A(x)$ l'aire totale des six faces de la brique, définie pour $x \in]0\,;+\infty[$.

   Démontrer que $A(x) = 2x^2 + \dfrac{4}{x}$.
3. Calculer $A'(x)$ et montrer que $A'(x) = \dfrac{4(x^3-1)}{x^2}$.
4. Étudier le signe de $A'(x)$ et en déduire le tableau de variations de $A(x)$.
5. Dans un souci d'économie, on souhaite que l'aire totale des six faces soit minimale. Quelle est la valeur de x correspondant à ce choix? Quelle est alors la forme de telles briques?