

Mathématiques - Devoir surveillé n° 6

1e5 - 03.04.2025

Nom :

Exercice 1 (4 points) :

Simplifier les écritures suivantes :

$$A = (e^x)^2 - \frac{1}{e^{-2x}};$$

$$B = (e^{4x} \times e^{-x})^2;$$

$$C = e^{-x} \left(e^{3x} - \frac{1}{e^x} \right);$$

$$D = \frac{e^{2x+1}}{e^{-x+2}}.$$

Exercice 2 (4 points) :

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

a) $e^{4x} = e^{x^2}$

b) $e^5 \times (e^x)^3 = 1$

c) $e^{3x} \leq \frac{e^5}{e^x}$

d) $e^{5x+3} \leq -2$

Exercice 3 (6 points) :

Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes, dérivables sur I .

1. $f : f(x) = 5\sqrt{x} + 3e^x \quad I =]0; +\infty[$

2. $g : g(x) = x^3 \times e^x \quad I = \mathbb{R}$

3. $h : h(x) = e^{3x+1} \quad I = \mathbb{R}$

Exercice 4 (6 points) :

Soit f , la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ et soit $\mathcal{C}$ sa représentation graphique.

- Déterminer la dérivée de f et vérifier que $f'(x) = -\frac{x(x-2)}{e^x}$.
- Dresser le tableau de variation de f .
- Démontrer que f admet un maximum sur $[0; +\infty[$, déterminer sa valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-2} près.
- Déterminer l'équation de la tangente T en 1 à $\mathcal{C}$.
- Dans le repère ci-dessous, tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente T sur l'intervalle $[-1; 5]$.

