Correction du devoir de vacance

Exercice 1 :

$$\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}-\frac{4}{5}=\frac{7}{15}-\frac{4}{5}=\frac{7}{15}-\frac{12}{15}=-\frac{5}{15}=-\frac{1}{3}$$

$$-\frac{2}{3}\times\frac{1}{8}+7=-\frac{2\times1}{3\times2\times4}+7=-\frac{1}{12}+7=-\frac{1}{12}+\frac{84}{12}=\frac{83}{12}$$

Rappelons les formules concernant les puissances :

$a^n\times b^n=(a\times b)^n$ $\qquad$ $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ $\qquad$ $a^n\times a^p=a^{n+p}$ $\qquad$ $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$

$$\frac{5^{200}\times3^{78}}{5^{120}\times3^{48}}=5^{200-120}\times3^{78-48}=5^{80}\times3^{30}$$

$$\frac{5^{100}\times2^{40}\times5^{-8}}{2^{-20}}=5^{100-8}\times2^{40-(-20)}=5^{92}\times2^{60}$$

Exercice 2 :

$3x+7=7x-9$ équivaut à :

$3x-7x=-9-7$

$-4x=-16$

$x=\frac{-16}{-4}$

$\boxed{x=4}$

$x^2+5=5-3x$. On envoie tous les nombres au premier membre :

$x^2+3x=0$. On peut mettre x en facteur :

$x(x+3)=0$. Le produit de deux nombres vaut 0 si et seulement si un des facteurs vaut 0. Donc :

$\begin{cases} x=0 \\ \text{ou} \\ x+3=0 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x=0 \\ \text{ou} \\ x=-3 \end{cases}$. L'ensemble des solutions est donc : $\boxed{\{-3\ ;\ 0\}}$.

Exercice 3 :

Considérons les 44 mois. On voit en divisant par 12 que cela correspond à 3 ans et 8 mois.

Sur les 8 mois, il y en a sans doute 4 à 30 jours et 4 à 31 jours, ce qui donne 244 jours. Il peut y avoir 2 jours en moins (si on prend Février) et 1 jour en plus (si on prend Août.)

Donc 8 mois = 244 jours plus ou mois 2 jours.

44 semaines = 308 jours

On ajoute : 244 + 308 + 44 = 596

596 jours = 1 an et 231 jours, ou 230 jours s'il y a une année bissextile.

Donc 44 ans, 44 mois, 44 semaines et 44 jours = 48 ans 231 jours plus ou mois 3 jours.

L'homme a 48 ans.

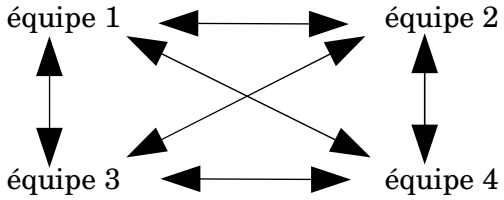
Exercice 4 :

On peut résoudre ce problème de plusieurs façons. La plus simple est d'écrire tous les cas possibles.

Une méthode intéressante est de compter tous les points rapportés par chaque match.

Posons x : le nombre de matches nuls et y : le nombre de matches se terminant par la victoire d'une des équipes (et la défaite de l'autre.)

Il y a eu 6 matches disputés en tout :



Donc $x + y = 6$.

D'autre part, un match nul rapporte 1 point à chaque équipe, donc 2 points en tout.

Une victoire/défaite rapporte 3 points à une équipe et 0 à l'autre, donc 3 points en tout.

La somme des points obtenus est donc : $x \times 2 + y \times 3$.

Or cette somme est : 5 +3 +3 +2 = 13. Donc $2x + 3y = 13$.

On doit donc résoudre le système : $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+3y=13 \end{cases}$. Utilisons la méthode d'élimination.

On multiplie la première ligne par 2 : $\begin{cases} 2x+2y=12 \\ 2x+3y=13 \end{cases}$

On soustrait la ligne 1 à la ligne 2 : $2x+3y-2x-2y=13-12$ donc $\boxed{y=1}$.

On multiplie ensuite la ligne 1 par 3 : $\begin{cases} 3x+3y=18 \\ 2x+3y=13 \end{cases}$

On soustrait la ligne 2 à la ligne 1 : $3x+3y-2x-3y=18-13$ donc $\boxed{x=5}$.

Il y a donc eu 5 matches nuls ; et 1 rencontre s'est terminée par une victoire d'une des équipes.