Correction du devoir surveillé nº2

Exercice 1 :

A : $\begin{cases} 9x-12y=3 \\ 12x-15y=4 \end{cases}$ donc $\begin{cases} -12y=-9x+3 \\ -15y=-12x+4 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\dfrac{-9}{-12}x+\dfrac{3}{-12} \\ y=\dfrac{-12}{-15}x+\dfrac{4}{-15} \end{cases}$ $\begin{cases} y=0{,}75x-0{,}25 \\ y=0{,}8x-\dfrac{4}{15} \end{cases}$ $m=0{,}75\ ;\ m'=0{,}8$

Les deux coefficients directeurs sont différents : $m \neq m'$.

Donc les deux droites d'équations $y=0{,}75x-0{,}25$ et $y=0{,}8x-\dfrac{4}{15}$ sont sécantes. Donc le système A a **une solution unique**.

B : $\begin{cases} 2x-4y=5 \\ -5x+10y=-12{,}5 \end{cases}$ $\begin{cases} -4y=-2x+5 \\ 10y=5x-12{,}5 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\dfrac{-2}{-4}x+\dfrac{5}{-4} \\ y=\dfrac{5}{10}x-\dfrac{12{,}5}{10} \end{cases}$ $\begin{cases} y=0{,}5x-1{,}25 \\ y=0{,}5x-1{,}25 \end{cases}$ $m=m'=0{,}5\ ;\ p=p'=-1{,}25$

Les deux équations sont les mêmes. Les deux droites sont confondues. Donc le système B a **une infinité de solutions**.

C : $\begin{cases} 3x+5y=10{,}1 \\ 5x-2y=-3{,}175 \end{cases}$ $\begin{cases} 5y=-3x+10{,}1 \\ -2y=-5x-3{,}175 \end{cases}$ $\begin{cases} y=-\dfrac{3}{5}x+\dfrac{10{,}1}{5} \\ y=\dfrac{-5}{-2}x-\dfrac{3{,}175}{-2} \end{cases}$ $\begin{cases} y=-0{,}6x+2{,}02 \\ y=2{,}5x+1{,}5875 \end{cases}$ $m=-0{,}6\ ;\ m'=2{,}5$

Les deux coefficients directeurs sont différents : $m \neq m'$.

Donc les deux droites d'équations $y=-0{,}6x+2{,}02$ et $y=2{,}5x+1{,}5875$ sont sécantes. Donc le système C a **une solution unique**.

D : $\begin{cases} 2{,}8x-3{,}2y=1{,}6 \\ 3{,}5x-4y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} -3{,}2y=-2{,}8x+1{,}6 \\ -4y=-3{,}5x+2 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\dfrac{-2{,}8}{-3{,}2}x+\dfrac{1{,}6}{-3{,}2} \\ y=\dfrac{-3{,}5}{-4}x+\dfrac{2}{-4} \end{cases}$ $\begin{cases} y=0{,}875x-0{,}5 \\ y=0{,}875x-0{,}5 \end{cases}$

$m=m'=0{,}875\ ;\ p=p'=-0{,}5$.

Les deux équations sont les mêmes. Les deux droites sont confondues. Donc le système D a **une infinité de solutions**.

Exercice 2 :

Méthode 1 : Par élimination.

Éliminons d'abord les x :

$\begin{cases} 3x+y=-3 \\ -x+2y=8 \end{cases}$ On multiplie la 2[e] ligne par 3 : $\begin{cases} 3x+y=-3 \\ -3x+6y=24 \end{cases}$

On ajoute les 2 lignes membre à membre : $0x+7y=21$.

On résout : $7y=21$ donc $y=\dfrac{21}{7}$ donc $y=3$.

Éliminons les y :

$\begin{cases} 3x+y=-3 \\ -x+2y=8 \end{cases}$ On multiplie la 1[e] ligne par (-2) : $\begin{cases} -6x-2y=6 \\ -x+2y=8 \end{cases}$

On ajoute les 2 lignes membre à membre : $-7x+0y=14$.

On résout : $-7y=14$ donc $x=\frac{14}{-7}$ donc $x=-2$.

La solution du système est : (–2 ; 3).

Vérification :

$\begin{cases} 3\times(-2)+3=-3 \\ -(-2)+2\times 3=8 \end{cases}$ Ça marche.

Méthode 2 : Par substitution.

Exprimons par exemple y en fonction de x dans la première ligne :

$3x+y=-3$ donc $y=-3x-3$ (*).

Remplaçons y par cette expression dans la 2^{e} ligne :

$-x+2y=8$ donc $-x+2(-3x-3)=8$ soit en développant : $-x-6x-6=8$ donc $-7x-6=8$.

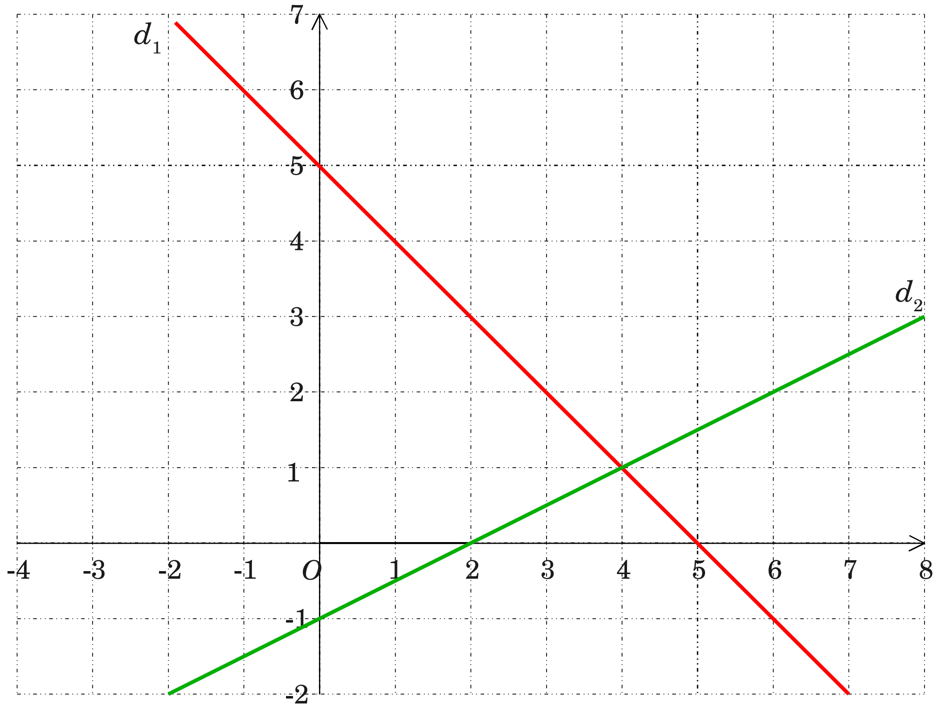
On résout : $-7x=8+6$ donc $-7x=14$ donc $x=\frac{14}{-7}=-2$.

On remplace x par la valeur trouvée dans l'expression (*) : $y=-3\times(-2)-3=3$.

La solution du système est : (–2 ; 3).

Exercice 3 :

Données : d_1 a pour équation $y=-x+5$ et d_2 a pour équation $y=0{,}5x-1$.



Par lecture graphique, les coordonnées du point d'intersection de d_1 et d_2 sont : (4 ; 1).

Donc la solution du système $\begin{cases} y=-x+5 \\ y=0{,}5x-1 \end{cases}$ est le couple (4 ; 1).

Vérification :

$\begin{cases} 1=-4+5 \\ 1=0{,}5\times 4-1 \end{cases}$ Ça marche...

Exercice 4 :

Données : A(–2 ; 1) ; B(0 ; 5) ; C(1 ; –1).

1) On calcule d'abord le coefficient directeur : $m=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{1-5}{-2-0}=\frac{-4}{-2}=2$.

Donc (AB) a pour équation : $y=2x+p$.

Pour trouver p, on remplace x et y par les coordonnées de A ou de B. Prenons B.

$5=2\times0+p$ donc p = 5.

Donc, l'équation de (AB) est : $\boxed{y=2x+5}$.

2) La droite (d) est parallèle à (AB), donc elle a le même coefficient directeur.

Donc (d) a pour équation : $y=2x+p'$.

Pour trouver p', on remplace x et y par les coordonnées de C, puisque C $\in$ (d).

$-1=2\times1+p'$ donc $-1=2+p'$ donc $p'=-3$.

Donc, l'équation de (d) est : $\boxed{y=2x-3}$.

3) Pour savoir si E appartient à (d), il suffit de savoir si ses coordonnées vérifient l'équation de (d).

On remplace dans l'équation de (d) x et y par les coordonnées de E et on regarde si l'égalité est vérifiée.

Cela donne : $2\times20-3=37$ donc $y_E\neq2x_E-3$. Les coordonnées de E ne vérifient pas l'équation de (d).

Donc le point E **n'appartient pas** à la droite (d).