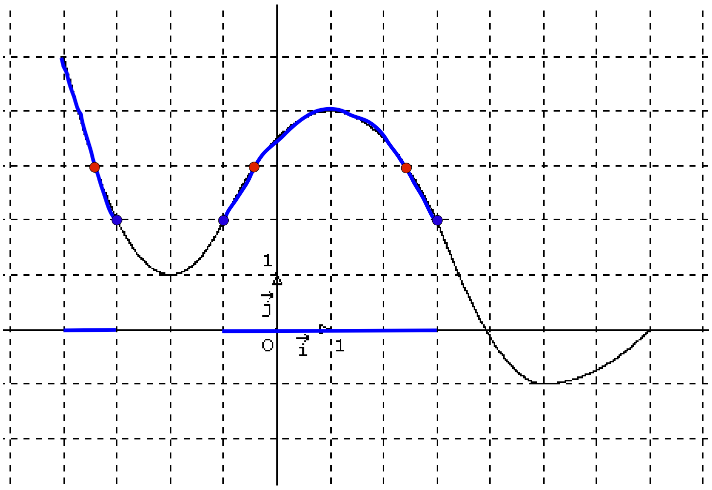
Corrigé du devoir surveillé nº1

Exercice 1 :

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction f.



1. Domaine de définition de f : [–4 ; 7].

2. L'image de 5 par la fonction f est –1 d'après la courbe.
   De même : $f(-4) = 5$.

3. Les antécédents de 0 par la fonction f sont 4 et 7.

4. L'équation $f(x) = -2$ n'a pas de solution car aucun point de la courbe -'a pour abscisse –2.
   L'équation $f(x) = 3$ a pour solutions : –3,5 ; –0,5 et 2,5. Donc S = {–3,5 ; –0,5 ; 2,5}.
   On le voit grâce aux points rouges du schéma.

5. L'inéquation $f(x) \geqslant 2$ a pour ensemble solution [–4 ; –3] ∪ [–1 ; 3].
   On le voit en repassant (en bleu) la partie de la courbe pour laquelle les points ont une ordonnée plus grande que 2.

6. Le tableau de variation de la fonction f.

x	–4		–2		1		5		7
$f(x)$	5	↘	1	↗	4	↘	–1	↗	0

7. Le maximum de la fonction f sur [0 ; 3] est 4. Il est atteint pour x = 1.

Exercice 2 :

1) Le maximum de la fonction h est 6 et le minimum est –3 d'après le tableau.
2) On trouve grâce au tableau :

a) $h(4) \leq h(6)$
b) $h(0) \geq h(2)$
c) $h(-4) \ \ldots \ h(-2)$: on ne peut pas savoir.
d) $h(-3) \geq h(7)$

Exercice 3 :

On a : $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

1) Calcul des images par f des réels 0 ; –2 :

$$f(0)=0^2-3\times 0+2=0-0+2=2$$
$$f(-2)=(-2)^2-3\times(-2)+2=4-(-6)+2=4+6+2=12$$

Donc l'image de 0 est 2 et l'image de –2 est 12.

2) On développe : $(x-1)\times(x-2)=x\times x-x\times 2-1\times x-1\times(-2)=x^2-2x-x+2=x^2-3x+2$.

Or, $f(x)=x^2-3x+2$.

Donc on vérifie bien que : $f(x)=(x-1)(x-2)$.

3) D'après la question précédente, $f(x)=0$ est équivalent à $(x-1)(x-2)=0$.

C'est une équation du type « produit nul ».

On sait qu'un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

Ici, on a donc : soit $x-1=0$, soit $x-2=0$.

On résout facilement ces deux équations, on trouve : $x=1$ ou $x=2$.

L'ensemble solution est donc : $S = \{1 ; 2\}$

Voilà.