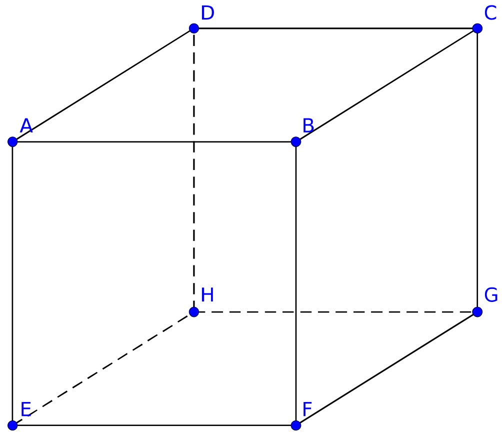
Corrigé du devoir surveillé nº7

Exercice 1 :



1) (ABC) et (EFH) sont		
		parallèles non confondus
2) (AF) et (CE) sont		
		non coplanaires
3) (FC) et (DE) sont		
	parallèles	
4) (AG) et (BH) sont		
	sécantes	
5) (DH) est		
sécante à (EFC)		
6) (ABG) et (EFC) sont		
sécants		

Exercice 2 :

1. Comme la pyramide est régulière, SAC est isocèle, donc H est le milieu de SA.
   Calculons d'abord la longueur AH.
   Comme ABCD est un rectangle, le triangle ABC est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
   On calcule (en cm) : $AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$, donc $AC = \sqrt{25} = 5$.

   Donc $AH = \frac{5}{2} = 2{,}5$.

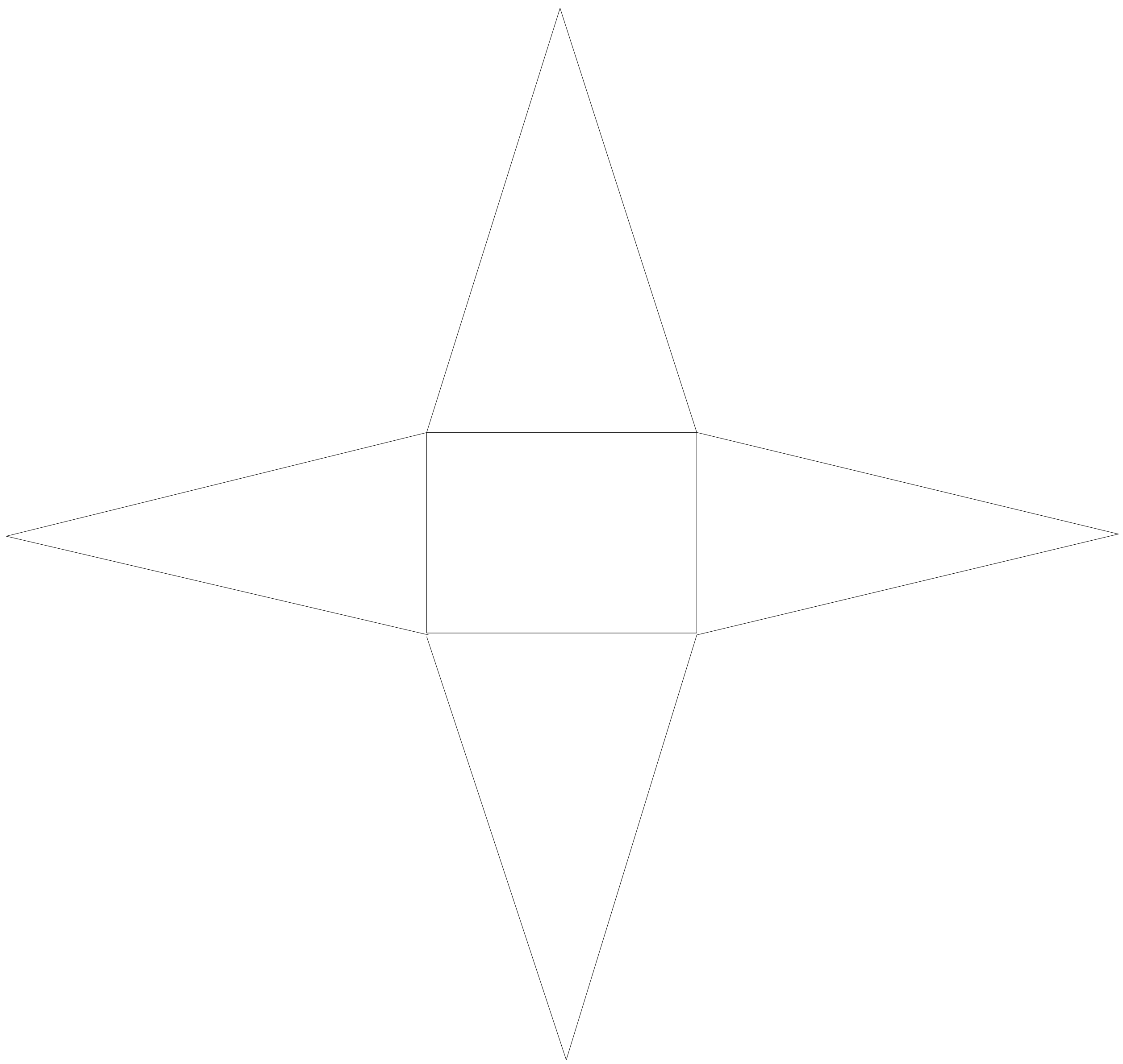
   SH est la hauteur, donc le triangle SAH est rectangle en H. D'après le théorème du Pythagore, on a donc : $SA^2 = AH^2 + SH^2$.
   On calcule (en cm) : $6{,}5^2 = 2{,}5^2 + SH^2$ donc $SH^2 = 6{,}5^2 - 2{,}5^2 = 42{,}25 - 6{,}25 = 36$. Donc $SH = \sqrt{36} = 6$.

   $\boxed{SH = 6 \text{ cm.}}$

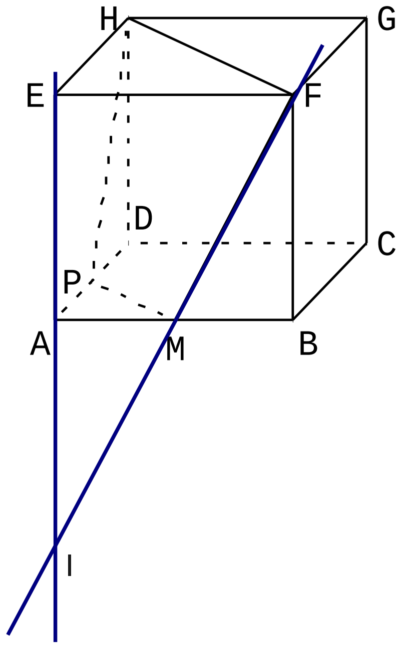
2. On rappelle la formule donnant le volume d'une pyramide :
   $$V = \frac{\mathscr{B} \times h}{3}$$ où $\mathscr{B}$ est l'aire de la base et h est la hauteur.
   Ici, $h = 6$ cm d'après la question 1.
   $\mathscr{B} = AB \times BC = 4 \times 3 = 12$ (en cm²).
   Donc $V = \frac{6 \times 12}{3} = 24$

   $\boxed{\text{Le volume de la pyramide est donc : } 24 \text{ cm}^3.}$

3.



Exercice 3 :



1. Le point P appartient d'une part au plan (FHM) par définition, et d'autre part au plan (ABC), car (ABC) contient la droite (DA) qui contient P.
   Ainsi, (FH) et (MP) sont les droites d'intersection du plan (FHM) avec les plans (EFG) et (ABC), c'est à dire les faces supérieure et inférieure du cube.
   Comme ces deux plans (EFG) et (ABC) sont parallèles, le plan (FHM) les coupe suivant deux droites parallèles.
   Donc, les droites (FH) et (MP) sont parallèles.
2. Les droites (FM) et (EA) sont toutes les deux incluses dans le plan (ABF). Donc elles sont parallèles ou sécantes.
   Si elles étaient parallèles, M serait confondu avec B, ce qui est impossible, d'après l'énoncé.
   Donc elles sont sécantes.
3. I appartient à (EA) par définition.
   I appartient aussi à (FM) ; or la droite (FM) est incluse dans le plan (FHM). Donc I appartient au plan (FHM).
   Comme I appartient à la fois à (EA) et (FHM), c'est le point d'intersection de (EA) et (FHM).

4. On sait déjà que (FM) et (EA) se coupent en I.
   D'autre part, les droites (EA) et (HP) sont incluse dans le plan (AEH). Elles sont coplanaires, donc elles sont sécantes ou parallèles.
   Si elles étaient parallèles, alors (EA) serait parallèle à une droite du plan (FHM), donc (EA) et (FHM) seraient parallèles, ce qui est impossible.
   Ainsi, (EA) et (HP) sont sécantes.
   Le point d'intersection de (EA) et (HP) appartient à (EA) par définition.
   Il appartient aussi à (HP) ; or (HP) est incluse dans le plan (FHM). Donc il appartient aussi à (FHM).
   Donc, le point d'intersection de (EA) et (HP) est aussi le point d'intersection de (EA) et (FHM).
   D'après la question 3, c'est le point I.

   Conclusion : les droites (EA), (HP) et (FM) se coupent en I. Elles sont bien concourantes.