

Correction du devoir surveillé n° 6

Exercice 1 :

$$1. \ 5^4 \times 2^{-8} \times 5^{-3} \times (2^3)^4$$

$$= 5^{4-3} \times 2^{-8} \times 2^{3 \times 4}$$

$$= 5^1 \times 2^{-8+12}$$

$$= 2^4 \times 5$$

$$2. \ 2^3 \times (2^4 \times 5^3)^2$$

$$= 2^3 \times (2^4)^2 \times (5^3)^2$$

$$= 2^3 \times 2^{4 \times 2} \times 5^{3 \times 2}$$

$$= 2^{3+8} \times 5^6$$

$$= 2^{11} \times 5^6$$

$$3. \ \frac{2^6 \times 5^4}{2^3 \times 5^2}$$

$$= \frac{2^6}{2^3} \times \frac{5^4}{5^2}$$

$$= 2^{6-3} \times 5^{4-2}$$

$$= 2^3 \times 5^2$$

$$4. \ 2^6 \times \left(\frac{5^5}{2^3}\right)^2$$

$$= 2^6 \times \frac{(5^5)^2}{(2^3)^2}$$

$$= 2^6 \times \frac{5^{5 \times 2}}{2^{3 \times 2}}$$

$$= 2^6 \times \frac{5^{10}}{2^6}$$

$$= 5^{10} \text{ ou } 2^0 \times 5^{10}$$

Exercice 2 :

$$1. \ \sqrt{200} + \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{100 \times 2} + \sqrt{4 \times 2}$$

$$= \sqrt{100} \times \sqrt{2} + \sqrt{4} \times \sqrt{2}$$

$$= 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$= 12\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
2. \quad & \sqrt{75} + \sqrt{27} \\
& = \sqrt{25 \times 3} + \sqrt{9 \times 3} \\
& = \sqrt{25} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} \\
& = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\
& = 8\sqrt{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3. \quad & \sqrt{8} \times \sqrt{18} + \sqrt{49} \\
& = \sqrt{4 \times 2} \times \sqrt{9 \times 2} + 7 \\
& = \sqrt{4} \times \sqrt{2} \times \sqrt{9} \times \sqrt{2} + 7 \\
& = 2 \times \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{2} + 7 \\
& = 2 \times 3 \times (\sqrt{2})^2 + 7 \\
& = 6 \times 2 + 7 \\
& = 19
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4. \quad & \sqrt{7} + \sqrt{28} - \sqrt{63} \\
& = \sqrt{7} + \sqrt{4 \times 7} - \sqrt{9 \times 7} \\
& = \sqrt{7} + \sqrt{4} \times \sqrt{7} - \sqrt{9} \times \sqrt{7} \\
& = \sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} \\
& = 0
\end{aligned}$$

Exercice 3 :

$$\begin{aligned}
a) \quad & (6x+1)^2 \\
& = (6x)^2 + 2 \times 6x \times 1 + 1^2 \\
& = 36x^2 + 12x + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b) \quad & (5y-3)(5y+3) \\
& = (5y)^2 - 3^2 \\
& = 25y^2 - 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c) \quad & (9x-2y)^2 \\
& = (9x)^2 - 2 \times 9x \times 2y + (2y)^2 \\
& = 81x^2 - 36xy + 4y^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d) \quad & \left(7t - \frac{2}{3}\right) \left(7t + \frac{2}{3}\right) \\
& = (7t)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\
& = 49t^2 - \frac{4}{9}
\end{aligned}$$

Exercice 4 :

a) $x^2 + 12x + 36$

$$= x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$$

$$= (x + 6)^2$$

b) $9x^2 - 42x + 49$

$$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2$$

$$= (3x - 7)^2$$

c) $25x^2 - 16$

$$= (5x)^2 - 4^2$$

$$= (5x - 4)(5x + 4)$$

d) $(2x + 5)^2 - (2x + 5)(x - 3)$

$$(2x + 5)(2x + 5) - (2x + 5)(x - 3)$$

$$= (2x + 5)((2x + 5) - (x - 3))$$

$$= (2x + 5)(2x + 5 - x + 3)$$

$$= (2x + 5)(x + 8)$$

Exercice 5 :

1. $A(x) = x^2 - 2x + 1 - 9$

(d'après la 2^e identité remarquable)

$$A(x) = x^2 - 2x - 8$$

2. $A(x) = (x - 1)^2 - 3^2$

$$A(x) = ((x - 1) - 3)((x - 1) + 3)$$

(3^e identité remarquable)

$$A(x) = (x - 4)(x + 2)$$

3. a) $A(x) = 0$ On choisit la forme factorisée :

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

C'est une équation produit nul. Un produit est égal à 0 si et seulement si un des facteurs est égal à 0.

Ici, cela donne : $\begin{cases} x - 4 = 0 \\ \text{ou} \\ x + 2 = 0 \end{cases}$

Soit : $\begin{cases} x = 4 \\ \text{ou} \\ x = -2 \end{cases}$

Cette équation a donc deux solutions : 4 et -2.

b) $A(x) = -8$ On choisit la forme développée :

$$x^2 - 2x - 8 = -8$$

$$x^2 - 2x = -8 + 8 = 0$$

On factorise par x :

$$x(x - 2) = 0$$

C'est encore une équation produit nul. On applique la même propriété, et on obtient :

$$\begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Soit : } \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ x = 2 \end{cases}$$

Cette équation a donc deux solutions : **0 et 2**.