

# Correction du devoir surveillé n° 5

## Exercice 1 :

1.

a)  $A = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

b)  $B = \sqrt{27} + 2\sqrt{3} - \sqrt{75} = \sqrt{9 \times 3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3}$

$B = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0$

c)  $C = \sqrt{28} + \sqrt{63} - 7\sqrt{7} = \sqrt{4 \times 7} + \sqrt{9 \times 7} - 7\sqrt{7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} + \sqrt{9} \times \sqrt{7} - 7\sqrt{7}$

$C = 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 7\sqrt{7} = -2\sqrt{7}$

d)  $D = \sqrt{21} \times \sqrt{35} = \sqrt{7 \times 3} \times \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} = \sqrt{7}^2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

$D = 7 \times \sqrt{3 \times 5} = 7\sqrt{15}$

2.

a)  $E = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

b)  $F = \frac{4}{5 - \sqrt{3}} = \frac{4 \times (5 + \sqrt{3})}{(5 - \sqrt{3}) \times (5 + \sqrt{3})} = \frac{4(5 + \sqrt{3})}{5^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{4(5 + \sqrt{3})}{25 - 3} = \frac{4(5 + \sqrt{3})}{22}$

## Exercice 2 :

Écrire les nombres suivant sous la forme  $a^n \times b^p$  (où  $n$  et  $p$  sont des entiers relatifs) :

a)  $T = a^7 \times (ab)^3 \times b^{-4} = a^7 \times a^3 \times b^3 \times b^{-4} = a^{7+3} \times b^{3-4} = a^{10}b^{-1}$

b)  $U = (a^4)^2 \times (ab)^2 = a^{4 \times 2} \times a^2 \times b^2 = a^8 \times a^2 \times b^2 = a^{8+2} \times b^2 = a^{10}b^2$

c)  $V = \frac{a^2 \times b^6}{a^3 \times b^{-2}} = \frac{a^2}{a^3} \times \frac{b^6}{b^{-2}} = a^{2-3} \times b^{6-(-2)} = a^{-1}b^8$

d)  $W = (a^5 \times b^8)^2 \times (a^{-3} \times b^5)^4 = (a^5)^2 \times (b^8)^2 \times (a^{-3})^4 \times (b^5)^4 = a^{5 \times 2} \times b^{8 \times 2} \times a^{-3 \times 4} \times b^{5 \times 4}$

$W = a^{10} \times b^{16} \times a^{-12} \times b^{20} = a^{10-12} \times b^{16+20} = a^{-2}b^{36}$

## Exercice 3 :

1.

a)  $(7x + 1)^2 = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 1 + 1^2 = 49x^2 + 14x + 1$

b)  $(1 + 2t)^2 + (2t - 1)^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 2t + (2t)^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 2t + (2t)^2 = 1 + 4t + 4t^2 + 1 - 4t + 4t^2 = 2 + 8t^2$

c)  $(3x - \sqrt{8})(3x + \sqrt{8}) = (3x)^2 - \sqrt{8}^2 = 9x^2 - 8$

2.

a)  $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x - 5)^2$

b)  $49t^2 - 25 = (7t)^2 - 5^2 = (7t - 5)(7t + 5)$

c)  $(3x + 2)^2 - (x + 1)^2 = ((3x + 2) - (x + 1))((3x + 2) + (x + 1)) = (3x + 2 - x - 1)(3x + 2 + x + 1) = (2x + 1)(4x + 3)$

## Exercice 4 :

1.

a)  $(x+5)^2 = (2x+2)^2$

$$(x+5)^2 - (2x+2)^2 = 0$$

$$((x+5) - (2x+2))((x+5) + (2x+2)) = 0$$

$$(x+5-2x-2)(x+5+2x+2) = 0$$

$$(-x+3)(3x+7) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul. Donc :

$$\begin{cases} -x+3=0 \\ \text{ou} \\ 3x+7=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3=x \\ \text{ou} \\ 3x=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ \text{ou} \\ x=-\frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ 3 ; -\frac{7}{3} \right\}$$

b)  $(x-3)^2 = (x-3)(2x+1)$

$$(x-3)^2 - (x-3)(2x+1) = 0$$

$$(x-3)((x-3)-(2x+1)) = 0$$

$$(x-3)(x-3-2x-1) = 0$$

$$(x-3)(-x-4) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul. Donc :

$$\begin{cases} x-3=0 \\ \text{ou} \\ -x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ \text{ou} \\ -4=x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ \text{ou} \\ x=-4 \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \{-4 ; 3\}$$

2.

a)  $\frac{x+4}{x+1} = \frac{4}{x}$  pour  $x \neq -1$  et  $0$ .

On transforme cette équation à l'aide d'un produit en croix :

$$(x+4) \times x = 4 \times (x+1)$$

$$x^2 + 4x = 4x + 4$$

$$x^2 + 4x - 4x - 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 2^2 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul. Donc :

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ \text{ou} \\ x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ \text{ou} \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\mathcal{S} = \{-2 ; 2\}$$

b)  $\frac{x+1}{x} = \frac{x}{x+1}$  pour  $x \neq -1$  et  $0$ .

On transforme cette équation à l'aide d'un produit en croix :

$$(x+1) \times (x+1) = x \times x$$

$$(x+1)^2 = x^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2$$

$$x^2 + 2x + 1 - x^2 = 0$$

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$