Corrigé du devoir surveillé n° 5

Exercice 1 :

1. D'après le cours, $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$; ici, on obtient : $P\left(\overline{A}\right) = 0{,}6$.

   De même : $P\left(\overline{B}\right) = 1 - P(B)$; donc : $P\left(\overline{B}\right) = 0{,}5$.

2. On sait que : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
   On remplace : $0{,}7 = 0{,}4 + 0{,}5 - P(A \cap B)$, d'où $P(A \cap B) = 0{,}2$.

3. On a ici : $P(A \cap B) = 0{,}2 \neq 0$. La probabilité de $A \cap B$ n'est pas nulle, donc cet événement est possible.
   Donc, A et B peuvent être réalisé en même temps, donc ils ne sont pas incompatibles .

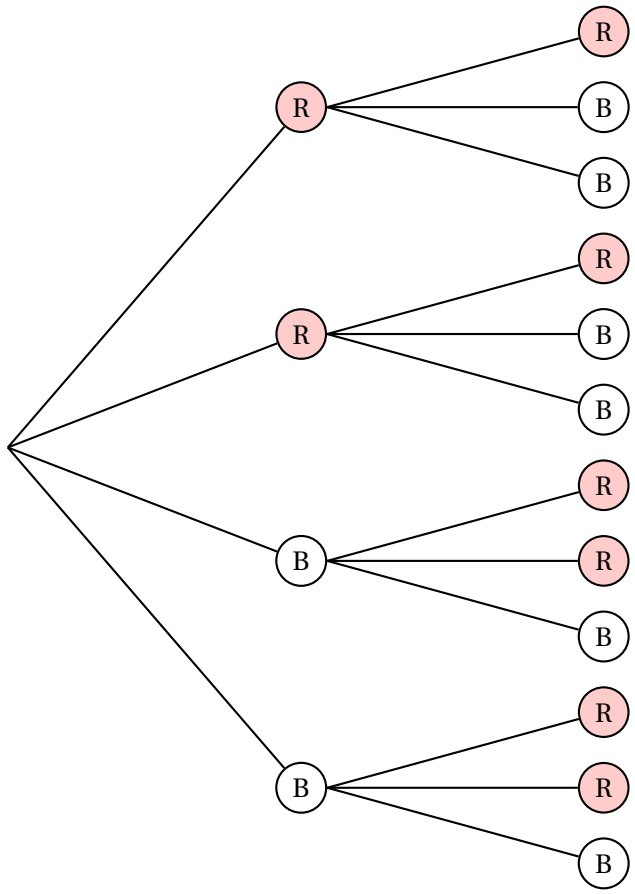
4. Si $\overline{A}$ et $\overline{B}$ étaient incompatibles, alors on aurait (d'après le cours) : $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) + P(\overline{B}$.

   Or, $P(\overline{A}) + P(\overline{B} = 0{,}6 + 0{,}5 = 1{,}1$.
   Il n'est pas possible qu'une probabilité soit plus grande que 1 ; donc il est impossible que $\overline{A}$ et $\overline{B}$ soient incompatibles.

   $\overline{A}$ et $\overline{B}$ ne sont pas incompatibles .

Exercice 2 :

1. Quand on tire une boule, on ne la remet pas dans l'urne. Il y a donc quatre possibilités pour le premier tirage et pour chacune, trois possibilités pour le deuxième tirage.
   Quand on a tiré en premier une boule rouge, il reste une boule rouge et deux boules blanches ; quand on a tiré en premier une boule blanche, il reste deux boules rouges et une boule blanche.



On voit grâce à l'arbre que l'univers comporte 12 issues.

2. Il y a 12 issues équiprobables. Parmi elles, deux réalisent l'événement « tirer deux boules rouges » (on le voit sur l'arbre).

   Donc, la probabilité de tirer deux boules rouges est de $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

3. Quatre issues réalisent l'événement « tirer deux boules de même couleur » : soit ce sont deux boules rouges, soit ce sont deux boules blanches.

   Donc, la probabilité de tirer deux boules de même couleur est de $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Exercice 3 :

1. Il y a dans la production 50% de guitares, et parmi elles, 8% ont un défaut.

   La proportion de guitares qui ont un défaut dans la production totale est donc : 8% de 50%.
   8% de 50% = $\frac{8}{100} \times 50\% = 4\%$

   On peut écrire, si on préfère : 8% de 50% = $\frac{8}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{400}{10000} = \frac{4}{100} = 4\%$

   On peut aussi donner toutes les proportions en écriture décimale standard plutôt qu'en pourcentage.

   On remplit de la même façon le reste du tableau :

	G	S	T	Total
D	4%	3%	1%	8%
$\overline{D}$	46%	27%	19%	92%
Total	50%	30%	20%	100%

2. On cherche $P\left(G \cap \overline{D}\right)$. On lit directement dans le tableau : $P\left(G \cap \overline{D}\right) = 46\%$.

3. L'événement $G \cup D$ est : « L'instrument choisi est une guitare ou un instrument ayant un défaut ».
   Il y a 50% de guitares dans la production, 3% de saxophone ayant un défaut et 1% de tubas ayant un défaut.

   Donc $P(G \cup D) = 50\% + 3\% + 1\% = 54\%$.

4. L'événement $\overline{G} \cap \overline{D}$ est : « L'instrument choisi n'est pas une guitare et n'a pas de défaut ».
   Autrement dit : « L'instrument choisi est un saxophone ou un tuba et n'a pas de défaut »
   Il y a dans la production 27% de saxophone sans défaut et 19% de tubas sans défaut.

   Donc $P\left(\overline{G} \cap \overline{D}\right) = 27\% + 19\% = 46\%$.

Exercice 4 :

Il y a 50 jetons ; donc l'univers comporte 50 issues : « obtenir le jeton n° 1 », « obtenir le jeton n° 2 », etc.

1. Il y a 10 multiples de 5 entre 1 et 50 : 1×5, 2×5, ... , 10×5. Donc, 10 issues correspondent à cet événement.

   Donc la probabilité que le numéro du jeton soit un multiple de 5 est de $\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$.

2. Il y a 7 multiples de 7 entre 1 et 50 : $1 \times 7 = 7$, $2 \times 7 = 14$, ... , $7 \times 7 = 49$. Donc, 7 issues correspondent à cet événement.

   Donc la probabilité que le numéro du jeton soit un multiple de 7 est de $\frac{7}{50}$.

3. Il n'y a qu'un nombre (parmi les 50) qui soit un multiple de 7 et de 5 : c'est 35. Donc, 1 issue correspond à cet événement.

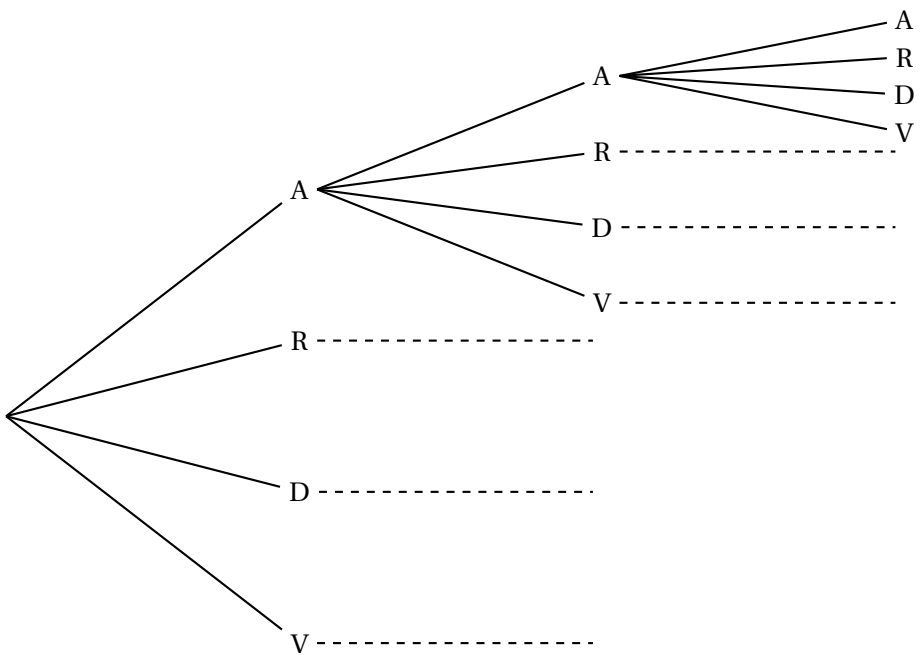
   Donc la probabilité que le numéro du jeton soit un multiple de 7 et de 5 est de $\frac{1}{50}$.

4. Parmi les nombres de 1 à 50, il y en a 4 qui sont des multiples de 7 , mais pas de 14 : $1 \times 7 = 7$, $3 \times 7 = 21$, $5 \times 7 = 35$ et $7 \times 7 = 49$. Donc, 4 issues correspondent à cet événement.

   Donc la probabilité que le numéro du jeton soit un multiple de 7 mais pas de 14 est de $\frac{4}{50}$.

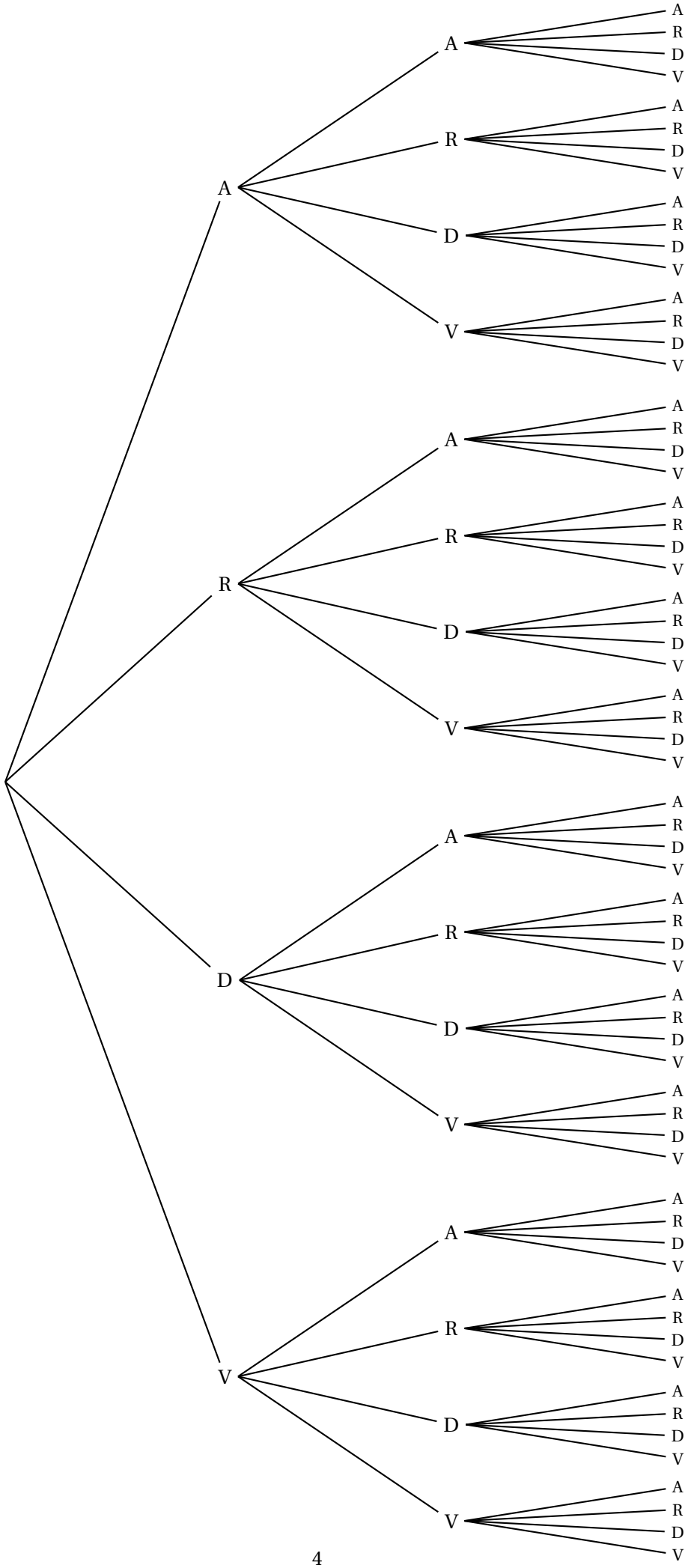
Exercice 5 :

1. Représentons cette expérience par un arbre : le premier niveau correspond à l'image affichée par la première roue, le deuxième niveau à l'image affichée par la deuxième roue, et le troisième niveau à l'image affichée par la troisième roue.
   Comme il est difficile de représenter l'arbre en entier, on peut en dessiner seulement une partie et compléter mentalement.



   On voit qu'il y a 4 branches principales, qui chacune donnent 4 branches secondaires, qui chacune donnent à leur tour 4 branches tertiaires. Il y a donc au total : $4 \times 4 \times 4 = 64$ branches terminales, c'est à dire 64 issues.
   On peut vérifier avec l'arbre complet, représenté page suivante.

   On peut raisonner aussi de proche en proche en remarquant qu'à chaque fois qu'on ajoute une roue, on multiplie le nombre de cas possibles par 4.


A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V
A
R
D
V

2. Pour gagner 10 euros, il faut obtenir trois as : il n'y a donc qu'une issue correspondant à cet événement.
   On peut vérifier que sur l'arbre, il n'y a qu'un seul parcours qui ne comporte que des lettres « A ».

   La probabilité de gagner 10 euros est donc : $\frac{1}{64}$.

3. Pour gagner quelque chose, il faut obtenir trois as, trois rois, trois dames ou trois valets : il y a donc quatre issue correspondant à cet événement.
   Sur l'arbre, il y a quatre parcours qui comportent trois lettres identiques (AAA, RRR, DDD, VVV).

   La probabilité de gagner quelque chose est donc : $\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$.