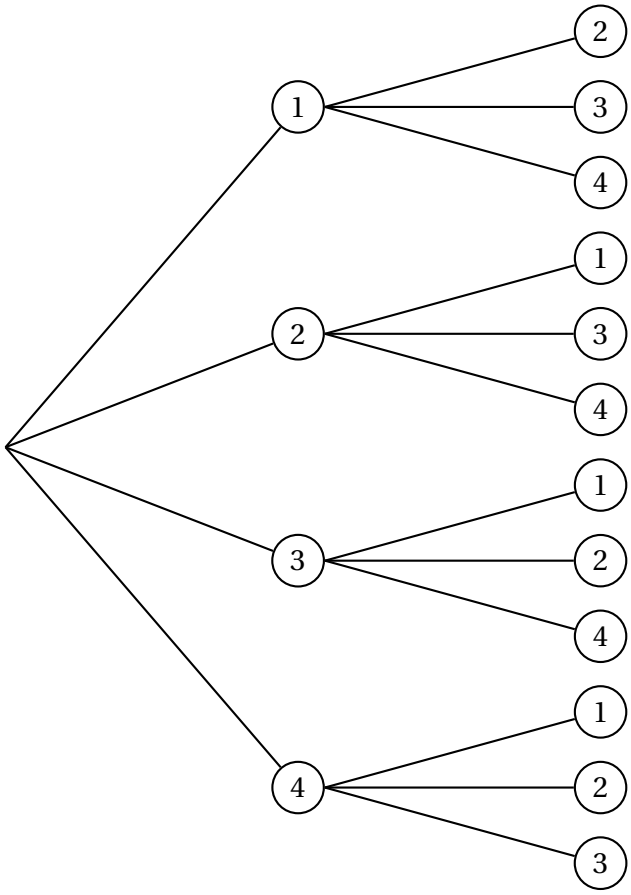
Correction du devoir surveillé n° 6

Exercice 1 :

1. $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A) = 0{,}6$
2. On sait (d'après le cours) que : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
   Donc : $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
   Ainsi : $P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}7 = 0{,}2$
3. D'après le cours : $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right) + P\left(\overline{B}\right) - P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.
   On sait que $P\left(\overline{A}\right) = 0{,}6$ d'après la question 1, et de même : $P\left(\overline{B}\right) = 1 - P(B) = 0{,}5$
   $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$ est donnée dans l'énoncé.
   Ainsi : $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 0{,}6 + 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}8$

Exercice 2 :

1. Le premier niveau de l'arbre représente le résultat du premier tirage et le second niveau le résultat du second tirage :



2. Toutes les issues sont équiprobables puisqu'on prend une boule au hasard. Comme il y a 12 issues (d'après l'arbre), chacune a une probabilité de $\frac{1}{12}$.
   D'après l'arbre, A est constitué de 3 issues : (2 ; 1), (3 ; 1) et (4 ; 1).
   Par conséquent, $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

D'après l'arbre, B est constitué de 4 issues : (1 ; 3), (2 ; 4), (3 ; 1), et (4 ; 2).

Par conséquent, $P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

D'après l'arbre, C est constitué de 6 issues : (1 ; 2), (1 ; 3), (1 ; 4), (2 ; 3), (2 ; 4) et (3 ; 4).

Par conséquent, $P(C) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

3. $A \cap B$ est l'événement : « La boule n° 1 est sortie en deuxième et la somme des deux numéros est paire. »
D'après l'arbre, $A \cap B$ est constitué d'une issue : (3 ; 1).

Par conséquent, $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$

$A \cap C$ est l'événement : « La boule n° 1 est sortie en deuxième et le numéro sorti en premier est plus petit que le deuxième. »
C'est l'événement impossible, puisqu'il n'y a pas de numéro plus petit que 1.
Par conséquent, $P(A \cap C) = 0$.

$B \cap C$ est l'événement : « La somme des deux numéros est paire et le numéro sorti en premier est plus petit que le deuxième. »
D'après l'arbre, $B \cap C$ est constitué de 2 issues : (1 ; 3) et (2 ; 4).

Par conséquent, $P(B \cap C) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Exercice 3 :

1.

	H	F	Total
E	42	32	74
$\overline{E}$	18	8	26
Total	60	40	100

2. D'après le tableau, $P(F) = \frac{40}{100} = 0{,}4$.

3. D'après le tableau, $P\left(\overline{E}\right) = \frac{26}{100} = 0{,}26$.

4. D'après le tableau, $P\left(\overline{E} \cap F\right) = \frac{8}{100} = 0{,}08$.

5. $\overline{E}$ est l'événement : « La personne n'est pas engagée ». D'après la question 3, sa probabilité est de 0,26.

Exercice 4 :

On choisit un nombre au hasard : on suppose donc qu'il y a équiprobabilité. Il y a 20 issues, donc chaque issue a comme probabilité $\frac{1}{20}$.

1. Il y a 10 multiples de 2 entre 0 et 20 (2,4,6,8,10,12,14, 16, 18,20) ; donc : $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

   Il y a 5 multiples de 4 entre 0 et 20 (4, 8, 12, 16, 20) ; donc : $P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Il y a 4 multiples de 5 entre 0 et 20 (5, 10, 15, 20) ; donc : $P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

2. $A \cap B$ est l'événement : « Le nombre choisi est un multiple de 2 et un multiple de 4 ». Comme un multiple de 4 est toujours un multiple de 2, cet événement peut aussi s'écrire : « Le nombre choisi est un multiple de 4. »

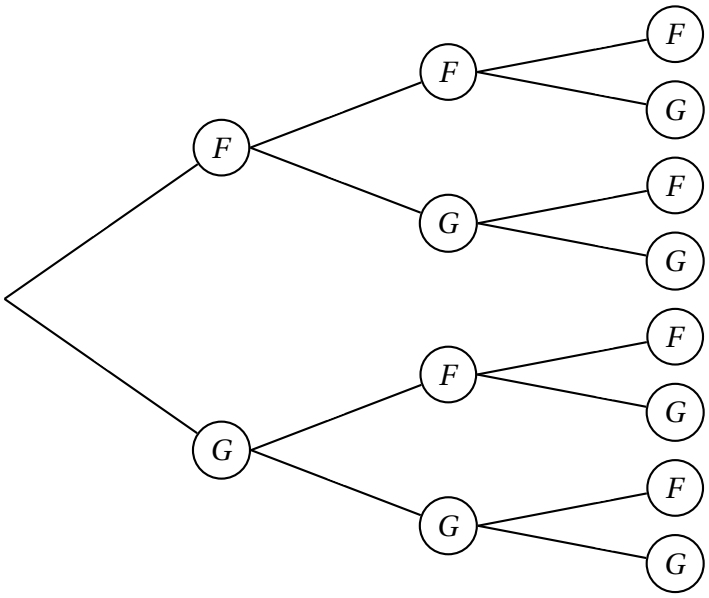
   Par conséquent, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.

   $A \cap C$ est l'événement : « Le nombre choisi est un multiple de 2 et un multiple de 5 ». Cet événement peut aussi s'écrire : « Le nombre choisi est un multiple de 10. »

   Il y a 2 multiples de 10 entre 0 et 20 (10 et 20) ; donc : $P(A \cap C) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

Exercice 5 :

Faisons un arbre ; le premier niveau de branche correspond aux 2 possibilités concernant le premier enfant, le deuxième niveau aux deux possibilités correspondant au deuxième enfant et ainsi de suite.



Comme il y a autant de chances d'avoir un garçon qu'une fille, toutes les issues sont équiprobables. Il y a 8 issues, donc chacune a une probabilité de $\frac{1}{8}$.

Il y a deux façons d'avoir trois enfants de même sexe (FFF ou GGG).

Ainsi : $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

« Avoir au moins une fille » est l'événement contraire de « n'avoir aucune fille », qui est la même chose que « avoir trois garçons ».

Par conséquent : $P(B) = 1 - P(G, G, G) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

« Les trois enfants ne seront pas tous du même sexe » est l'événement contraire de « les trois enfants seront de même sexe », qui est l'événement A.

Par conséquent : $P(C) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.