Repérage dans le plan

1 Rappels

Définition 1

Repère : Deux droites graduées sécantes. Ces deux droites sont les axes de coordonnées du repère.

Origine : Le point d'intersection des deux droites, noté en général O.

Repère **orthogonal** : Repère obtenu lorsque les deux axes sont perpendiculaires (ou orthogonaux.)

Repère **orthonormé** : Repère obtenu lorsque les deux axes sont perpendiculaires et gradués avec la même unité.

Chaque point du plan est repéré par deux nombres : son **abscisse** et son **ordonnée**.

Le couple (abscisse ; ordonnée) forme les **coordonnées** du point choisi. *Attention à l'ordre des deux nombres !*

Un repère est défini par trois points, ayant pour coordonnées, dans l'ordre : $(0\,;0)$, puis $(1\,;0)$, puis $(0\,;1)$.

Notations :

L'abscisse se note toujours x et l'ordonnée y.

Lorsqu'on considère, par exemple, un point A, on note souvent :

x_A : l'abscisse de A,

y_A : l'ordonnée de A.

Enfin, écrire $A(x_A\,;y_A)$ signifie : le point A, de coordonnées $(x_A\,;y_A)$.

Ainsi, si le repère est $(O\,;I\,;J)$, on sait que : $O(0\,;0)$, $I(1\,;0)$ et $J(0\,;1)$.

2 Milieu d'un segment

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points du plan. Soit I le milieu du segment $[AB]$.

Propriété 1

Les coordonnées de I se calculent ainsi :

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

3 Distance entre deux points

Le plan est muni d'un repère **orthonormé**. Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points.

Propriété 2

La distance AB se calcule ainsi :

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Cette distance est exprimée dans l'unité du repère. Par exemple, si les deux axes sont gradués en cm, le calcul donne la distance AB en cm.

La démonstration de cette propriété est basée sur le fameux théorème de Pythagore.

4 Équations de droites

Définition 2

Soit d une droite. Une équation de d est une équation vérifiée par les coordonnées $(x\,;y)$ de tous les points de d, et seulement eux.

Autrement dit :

Si un point appartient à d, alors ses coordonnées sont solutions de l'équation de d, et réciproquement.

Si un point n'appartient à d, alors ses coordonnées ne sont pas solutions de l'équation de d, et réciproquement.

Propriété 3

1. Toute droite sécante à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $y = mx + p$ où m et p sont deux nombres réels déterminés.
2. Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme : $x = c$ où c est un nombre réel déterminé.

Exemple :

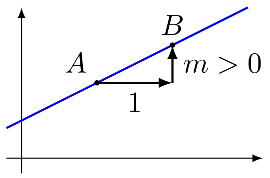
1. Tracer dans un repère la droite d_1 d'équation : $y = 0{,}5x - 1$ et la droite d_2 d'équation : $x = 4$.
2. Le point $A(3\,;0)$ appartient-il à d_1 ? à d_2 ?
3. Même question pour le point $B(4\,;0)$ et $C(8\,;3)$.
4. Quelles sont les coordonnées de E, le point d'intersection de d_1 et d_2 ?

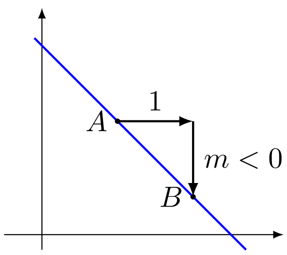
Définition 3

Soit d une droite d'équation $y = mx + p$. Le coefficient m s'appelle le **coefficient directeur** de d.

Interprétation :

On voit que lorsque x augmente de 1, y augmente de m. Ainsi, m représente la "hauteur de la marche" (négative ou positive) construite à partir de d, lorsque la largeur de la marche est 1.





Conséquence :
- Si $m > 0$, la droite "monte".
- Si $m < 0$, la droite "descend".
- Si $m = 0$, la droite est "horizontale".

Calcul des coefficients :

Propriété 4

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points, avec $x_A \neq x_B$. Le coefficient directeur m de la droite (AB) se calcule ainsi :

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Le coefficient p se calcule ainsi :

$$p = y_A - mx_A$$

Lien avec le parallélisme :

Propriété 5

Deux droites non "verticales" sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.