Correction du devoir surveillé nº3

Exercice 1:

1. Pour la droite (AB), on applique la formule du cours : $a=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{0-2}{-2-3}=\dfrac{-2}{-5}=0{,}4$.

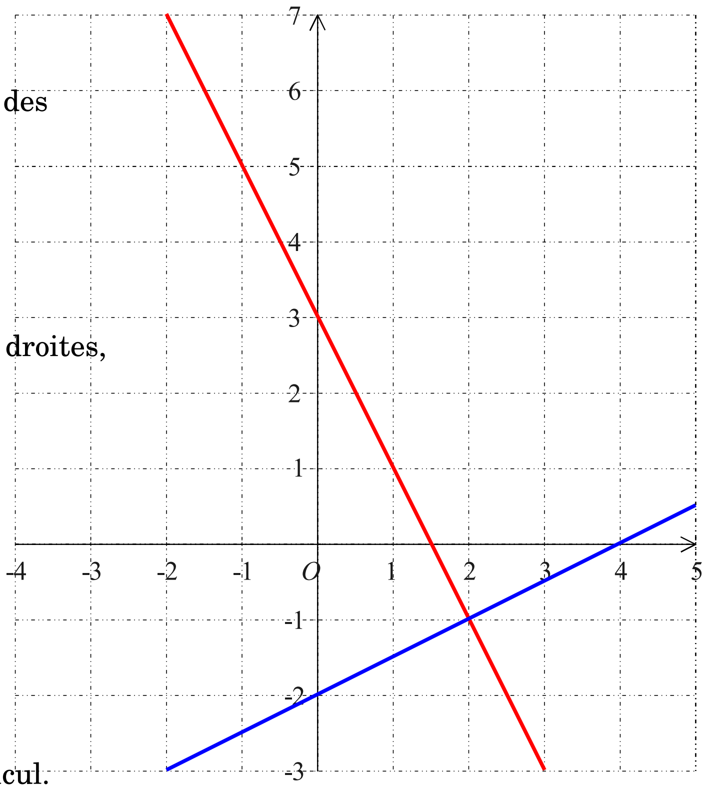
   Comme A $\in$(AB), les coordonnées de A vérifient l'équation de (AB), donc :
   $y_A=a\cdot x_A+b$ soit $0=0{,}4\times(-2)+b$ d'où $b=0-0{,}4\times(-2)=0{,}8$.
   Conclusion : (AB) a pour équation $\boxed{y=0{,}4x+0{,}8}$.

   Pour la droite (AC), on s'aperçoit si on applique la formule que le dénominateur vaut 0. Ceci provient du fait que $x_A=x_C$. Les points A et C sont donc « l'un au-dessus de l'autre », autrement dit, la droite (AC) est parallèle à l'axe des ordonnées.
   On sait d'après le cours que son équation est alors de la forme *x*= constante.
   Conclusion : (AB) a pour équation $\boxed{x=-2}$.

2. La droite (*d*) est parallèle à (AB). Donc, d'après le cours, elle a le même coefficient directeur : 0,4.
   Donc : (*d*) : $y=0{,}4x+b$. Il reste à trouver *b*.
   Or, C appartient à (*d*), donc ses coordonnées vérifient l'équation de (*d*) : $y_C=0{,}4x_C+b$.
   Ainsi : $6=0{,}4\times(-2)+b$ d'où $b=6-0{,}4\times(-2)=6{,}8$.
   Conclusion : (*d*) a pour équation $\boxed{y=0{,}4x+6{,}8}$.

3. La médiane issue de C dans ABC est la droite qui passe par C et le milieu de [AB].
   Appelons I le milieu de [AB] et déterminons ses coordonnées :
   $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{-2+3}{2}=\dfrac{1}{2}=0{,}5$; $y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{0+2}{2}=\dfrac{2}{2}=1$. Ainsi, I(0,5 ; 1)
   Il n'y a plus qu'à chercher l'équation de (CI) par la méthode habituelle.
   $a=\dfrac{y_C-y_I}{x_C-x_I}=\dfrac{6-1}{-2-0{,}5}=\dfrac{5}{-2{,}5}=-2$.
   Comme C $\in$(CI), on a : $y_C=-2x_C+b$ d'où $6=-2\times(-2)+b=4+b$ et donc : $b=6-4=2$.
   Conclusion : la médiane issue de C a pour équation : $\boxed{y=-2x+2}$.

Exercice 2 :



1. On utilise un tableau de valeur pour chacune des droites. On obtient le dessin ci-contre, avec :
   en rouge, la droite d'équation $y=-2x+3$ et
   en bleu, la droite d'équation $y=0{,}5x-2$.

2. On constate que les deux droites se croisent au point de coordonnées (2 ; –1).
   Comme ce point appartient à la fois aux deux droites, ses coordonnées vérifient les deux équations.
   Donc la solution du système
   $\begin{cases} y=-2x+3 \\ y=0{,}5x-2 \end{cases}$ est (2 ; –1).

   Vérifions-le en résolvant ce système par le calcul.

Par exemple, en retranchant membre à membre la ligne 2 à la ligne 1 (L1–L2), on obtient :
$y-y=-2x+3-0{,}5x+2$
$0=-2{,}5x+5$
$2{,}5x=5$
$x=\dfrac{5}{2{,}5}=2$
On remplace ensuite la valeur trouvée dans une des équations, ou mieux encore, dans les deux, ce qui permet de vérifier :
$y=-2\times2+3=-4+3=-1$
$y=0{,}5\times2-2=1-2=-1$. Ça marche. La solution est bien (2 ; –1).

Exercice 3 :

On sait que *f* est affine, cela signifie qu'il existe deux nombres réels a et b tels que : $f(x) = ax + b$.
On utilise la formule du cours : $a=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{1-10}{4-10}=\dfrac{-9}{-6}=1{,}5$.
Pour trouver b, on remplace x par une des valeurs de l'énoncé : $f(4)=1{,}5\times4+b$, d'où : $1=1{,}5\times4+b$.
On résout cette équation : $b=1-1{,}5\times4=1-6=-5$.
Donc, $\boxed{f(x)=1{,}5x-5}$
On vérifie avec l'autre valeur donnée : $f(10)=1{,}5\times10-5=15-5=10$. Ça marche.

Exercice 4 :

1. C(0)=0 puisque à 8h, Claude est à Dax. D'autre part, on passe du temps écoulé à la distance parcourue en multipliant par la vitesse. Donc, $\boxed{C(t)=60t}$.
   Claude arrive à Bordeaux lorsqu'il a parcouru 150 km. On résout : $C(t)=150$.
   $60t=150$ donc $t=\dfrac{150}{60}=2{,}5$. Claude a roulé pendant 2,5 heures, c'est à dire 2 heures et demie ou 2h30. Donc <u>il arrive à 10h30</u>.
2. Au début de son voyage, à 8 heures, Paul se trouve à Bordeaux. Il est donc à 150 km de Dax. Donc, lorsque $t = 0$, $P(t) = 150$. Autrement dit : $P(0) = 150$.
3. Comme Paul roule à vitesse constante, la fonction $t\rightarrow P(t)$ est affine : la distance parcourue est proportionnelle au temps de parcours.
   Donc il existe deux nombres a et b tels que : $P(t)=a\cdot t+b$.
   On sait déjà que $P(0) = 150$, donc $a\times0 + b = 150$, donc $b = 150$.
   On sait d'autre part que Paul croise Claude à 9h30.
   On peut calculer à quelle distance Claude se trouve de Dax à ce moment.
   En effet, à 9h30, Claude roule depuis 1h30, soit 1,5 heure, donc $t = 1{,}5$.
   $C(1{,}5)=60\times1{,}5=90$. Ainsi, à 9h30, Claude se trouve à 90 km de Dax. Comme il croise Paul à ce moment-là, Paul est lui aussi à 90 km de Dax.
   Par conséquent : $P(1{,}5)=90$.

   Résumons : $P(0) = 150$ et $P(1{,}5)=90$. On peut trouver a.
   $a=\dfrac{P(0)-P(1{,}5)}{0-1{,}5}=\dfrac{150-90}{-1{,}5}=\dfrac{60}{-1{,}5}=-40$. Donc : $\boxed{P(t)=-40\cdot t+150}$.
   On remarque que a est négatif. C'est normal car la distance entre Paul et Dax, son point d'arrivée, *diminue* avec le temps.
   De plus, Paul parcourt 40 km en 1 heure. Donc <u>il roule à la vitesse de 40 km/h.</u>