# MATHÉMATIQUES - Devoir surveillé nº2

## Exercice 1 : (6 points)

1. Déterminer les limites suivantes en justifiant soigneusement la réponse :

   *a*) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5x+2}{\sqrt{x}}$ *b*) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} \dfrac{5x+2}{2-x}$ *c*) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} \dfrac{\sqrt{3}}{x^2-4}$ *d*) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{\dfrac{x^2+7x+1}{x+3}}$

2. Soit $(u_n)$ la suite définie par : $u_n = \cos\left(\dfrac{n+3}{n^2+1}\right)$.

   Déterminer la limite de $(u_n)$ en $+\infty$. (*Justifier soigneusement la réponse.*)

## Exercice 2 : (2 points)

On considère une fonction *f* définie sur [0 ; 2 π ] dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

| $x$ | 0 | | π/4 | | 5 π/4 | | 2π |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |
| $f(x)$ | 0 | ↗ | 5 | ↘ | −2 | ↗ | 0 |

Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet 2 solutions sur [0 ; 2 π ]. (*Justifier soigneusement la réponse.*)

## Exercice 3 : (2 points)

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$f : f(x) = (x+2)\cos(x)$ $h : h(x) = \dfrac{3+\cos(x)}{3+\sin(x)}$

## Exercice 4 : (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes (*Justifier soigneusement la réponse*) :

*a*) $\cos(3x) = 0$

*b*) $\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$

## Exercice 5 : (6 points)

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = 2 - x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = \dfrac{\sin(2x)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

1. Démontrer que *f* est continue sur $\mathbb{R}$ (*Justifier soigneusement la réponse.*)
2. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$. (*Justifier soigneusement la réponse.*)
3. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (*Justifier soigneusement la réponse.*)