

Équations et inéquations trigonométriques

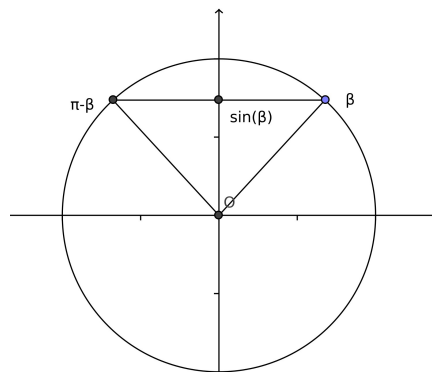
1 Équations - Méthode :

On cherche à se ramener à une équation de la forme $\sin(\alpha) = \sin(\beta)$ ou $\cos(\alpha) = \cos(\beta)$.

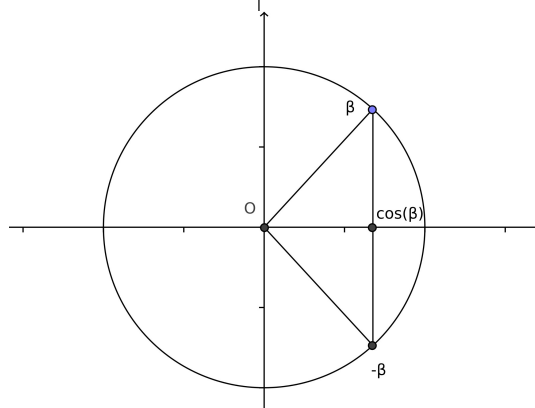
Il faut penser à utiliser le cercle trigonométrique ou les courbes des fonctions sinus et cosinus.

Solutions des équation :

$$\sin(\alpha) = \sin(\beta) \text{ si et seulement si : } \begin{cases} \alpha = \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ \alpha = \pi - \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

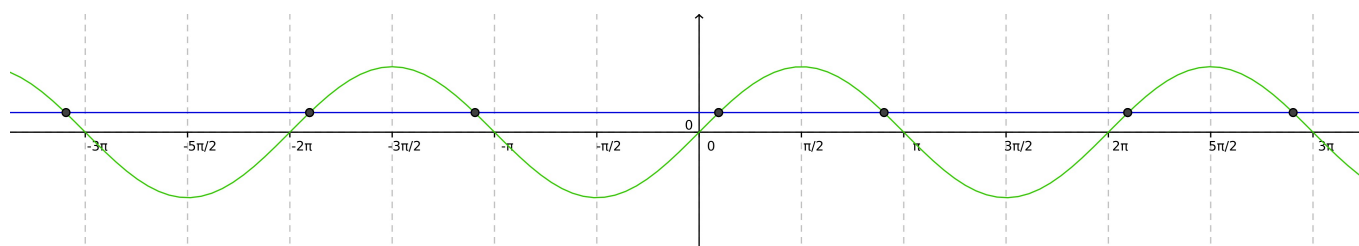


$$\cos(\alpha) = \cos(\beta) \text{ si et seulement si : } \begin{cases} \alpha = \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \text{ou} \\ \alpha = -\beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

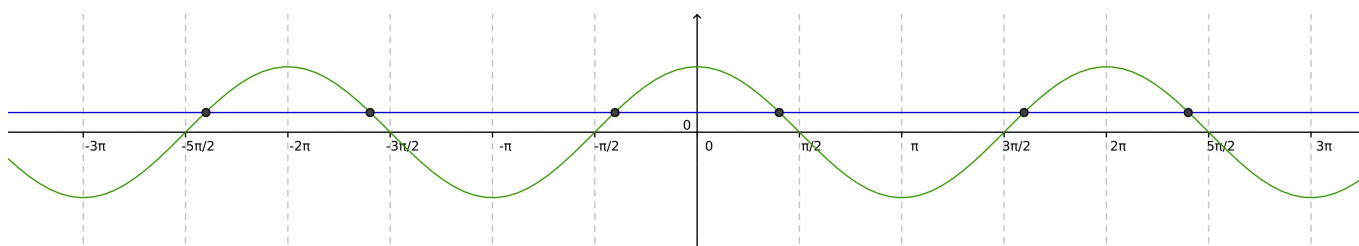


Utilisation des courbes :

Pour résoudre graphiquement $\sin(x) = b$, on trace la droite d'équation $y = b$ et on cherche les points d'intersection avec la courbe représentant la fonction sinus.



Même méthode pour résoudre $\cos(x) = b$: on trace la droite d'équation $y = b$ et on cherche les points d'intersection avec la courbe représentant la fonction cosinus.

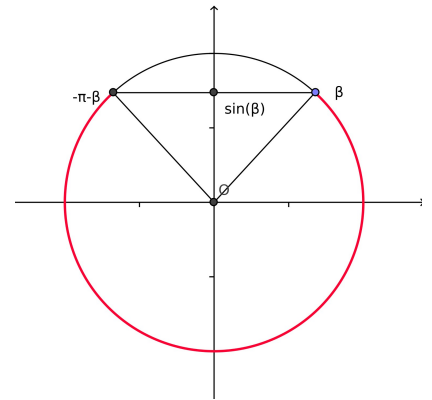


2 Inéquations - Méthode :

Comme pour les équations, on cherche à se ramener à une inéquation du type $\sin(\alpha) \leq \sin(\beta)$ ou $\cos(\alpha) \leq \cos(\beta)$, en remplaçant au besoin \leq par \geq , $<$ ou $>$.

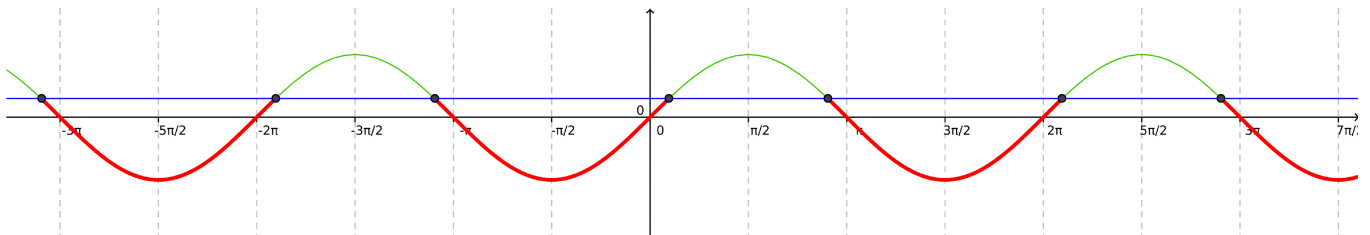
Avec sinus :

$\sin(\alpha) \leq \sin(\beta)$ si et seulement si : $-\pi - \beta + k2\pi \leq \alpha \leq \beta + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
(Attention : k a la même valeur pour toute la ligne.)



La courbe permet de mieux visualiser les intervalles solutions.

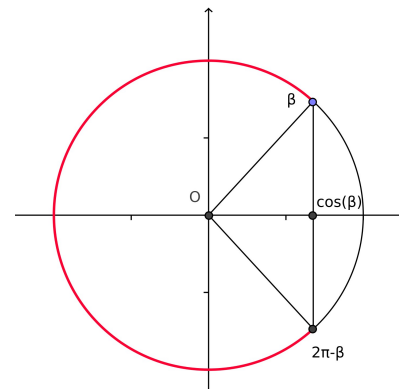
Pour résoudre graphiquement $\sin(x) \leq b$, on trace la droite d'équation $y = b$ et on repère les points de la courbe représentant la fonction sinus situés au-dessous.



Une fois l'ensemble solution correctement représenté, on peut chercher la valeur exacte des bornes. On est alors ramené à résoudre l'équation $\sin(x) = b$, ce qui est plus facile.

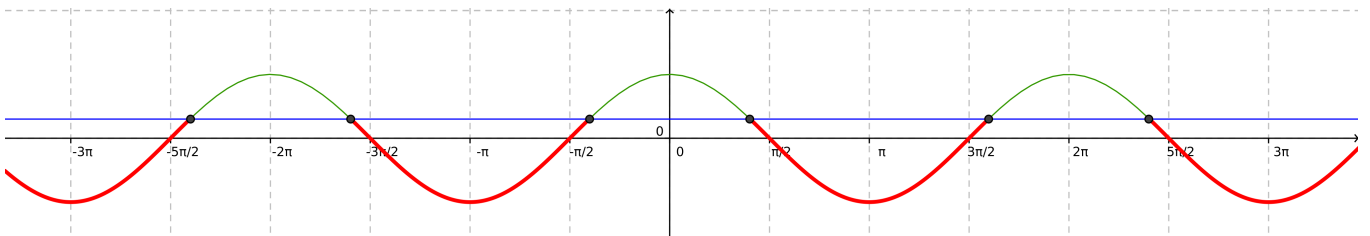
Avec cosinus :

$\cos(\alpha) \leq \cos(\beta)$ si et seulement si : $\beta + k2\pi \leq \alpha \leq 2\pi - \beta + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
(Attention : ici aussi, k a la même valeur pour chacun des membres.)



Comme pour sinus, on peut utiliser la courbe (c'est même conseillé) :

Pour résoudre graphiquement $\cos(x) \leq b$, on trace la droite d'équation $y = b$ et on repère les points de la courbe représentant la fonction cosinus situés au-dessous.



Remarque générale :

Que ce soit pour une équation ou une inéquation, il est absolument nécessaire de **dessiner**. Sinon, il est pratiquement impossible d'éviter de faire une erreur.