Mathématiques - Devoir surveillé n° 4

TSTI2D1 - 22.01.2020

Exercice 1 (8 points) :

Calculer les intégrales suivantes (donner les valeurs exactes) :

1. $\displaystyle\int_0^2 6x^3 - 8x + 3 \, \mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_1^{\ln(7)} 2\mathrm{e}^{-3x} \, \mathrm{d}x$
3. $\displaystyle\int_0^1 \frac{7}{3x+1} \, \mathrm{d}x$
4. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x+\pi) \, \mathrm{d}x$

Exercice 2 (2 points) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3\mathrm{e}^x + 3$.

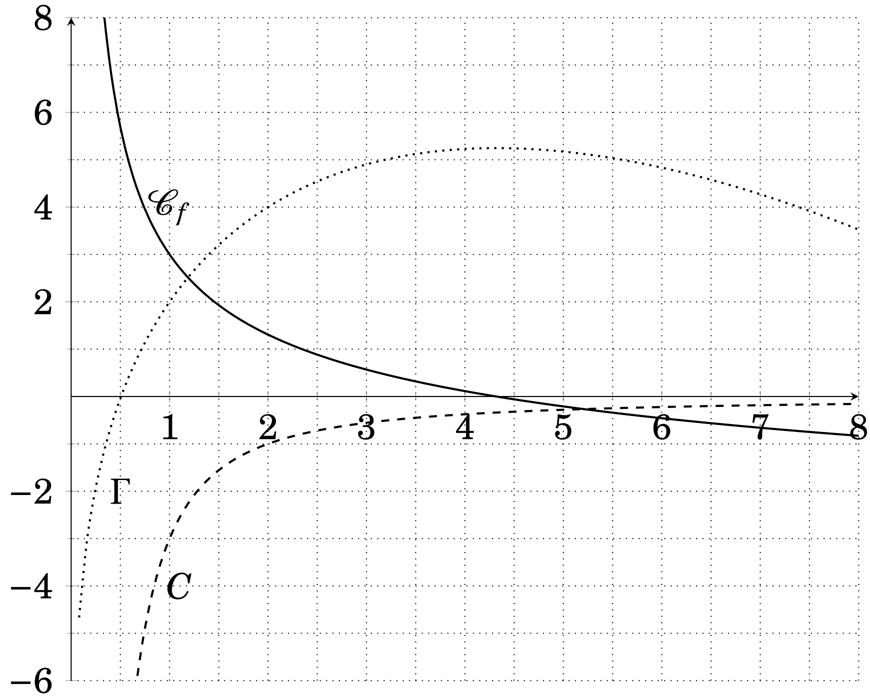
Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0;8]$. Donner la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-3}.

Exercice 3 (10 points) :

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2}{x} - \ln x + 1$.

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1. Sur le graphique ci-dessous, on donne $\mathscr{C}_f$ et les courbes C et Γ. L'une de ces deux courbes représente graphiquement la dérivée f' de f, et l'autre une des primitives F de f.
   a) Indiquer laquelle des deux courbes C et Γ représente graphiquement f'. Justifier.
   b) Par lecture graphique, donner $F(1)$.



2. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers 0.
   Interpréter graphiquement cette limite.
3. Déterminer la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.
4. Calculer $f'(x)$ et montrer que l'on peut écrire : $f'(x) = \dfrac{-x-2}{x^2}$.
5. Étudier le signe de $f'(x)$ puis donner le tableau de variations de f.
6. On admet que f est positive sur $[1;3]$.

   Hachurer sur le dessin la partie (P) du plan dont l'aire correspond à $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
7. Soit F la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par : $F(x) = (2-x)\ln x + 2x$.
   Montrer que F est une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$.
8. Calculer $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   En déduire l'aire (en unités d'aire) de la partie (P). Donner la valeur exacte et une valeur approchée au millième.