

# Mathématiques - Devoir surveillé n° 2

TSTI2D1 - 12 novembre 2019

## Exercice 1 (6 points) :

1. Simplifier et écrire les nombres suivants sous la forme  $\ln(A)$  :

a)  $\ln(a^3) + \ln(5a) - 5\ln(a)$

b)  $\ln(3a^2) - 4\ln(a) + \ln\left(\frac{a}{27}\right)$

2. Résoudre les équations suivantes :

a)  $\ln(x+6) = \ln(2x+1) + \ln(5)$

b)  $\ln(x) + \ln(x+1) = \ln(4) + \ln(x+7)$

## Exercice 2 (4 points) :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes (on ne s'occupe pas de l'ensemble de définition) :

1.  $f : f(x) = x^2 \ln(x) - \frac{1}{x}$

2.  $g : g(x) = \frac{2\ln(x)}{3x+1}$

## Exercice 3 (2 points) :

Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{\ln(x)} - 1$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(7x) + x^3$

## Exercice 4 (8 points) :

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = x + \frac{\ln x}{x}.$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  d'unité graphique 3 cm.

### I - Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par

$$g(x) = x^2 + 1 - \ln x.$$

1. Étudier les variations de  $g$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

2. En déduire le signe de  $g$  sur  $]0 ; +\infty[$ .

### II - Étude de la fonction $f$ et tracé de sa courbe représentative $\mathcal{C}$

1. Déterminer la limite en 0 de la fonction  $f$ . Quelle est l'interprétation graphique de ce résultat ?

2. Déterminer la limite en  $+\infty$  de  $f$ .

3. Soit  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Calculer  $f'(x)$  pour tout réel  $x$  de  $]0 ; +\infty[$ .
4. En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$ .
5. Déterminer les coordonnées du point A de la courbe  $\mathcal{C}$  en lequel la tangente  $\mathcal{T}$  est parallèle à la droite  $\mathcal{D}$  d'équation :  $y = x$ .
6. Dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  tracer la droite  $\mathcal{T}$  et la courbe  $\mathcal{C}$ .