

Mathématiques Devoir surveillé n° 1

TSTL3 - 02.10.2020

Exercice 1 (4 points) :

Dans chacun des cas suivants, on donne 4 termes consécutifs d'une suite.

Déterminer s'il peut s'agir d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.

1. $u_0 = 3; u_1 = 4,8; u_2 = 7,68; u_3 = 12,288$

On passe de u_0 à u_1 en ajoutant 1,8 et de u_1 à u_2 en ajoutant 2,88. La suite n'est donc pas arithmétique.

On passe de u_0 à u_1 en multipliant par 1,6 et de u_1 à u_2 en multipliant par 1,6. On vérifie aussi que $u_3 = 1,6 \times u_2$. La suite est donc géométrique.

2. $v_0 = 12; v_1 = 9,2; v_2 = 6,4; v_3 = 4$

On passe de u_0 à u_1 en ajoutant $-2,8$, de u_1 à u_2 en ajoutant $-2,8$ et de u_2 à u_3 en ajoutant $-2,4$. La suite n'est donc pas arithmétique.

$u_1 \simeq 0,767 \times u_0$ et $u_2 \simeq 0,696u_1$. La suite n'est donc pas géométrique.

Exercice 2 (8 points) :

Soit (u_n) la suite géométrique de raison 2,1 et de premier terme $u_0 = 5$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3 (arrondir au centième).

$$u_1 = 2,1 \times 5 = 10,5$$

$$u_2 = 2,1 \times 10,5 = 22,05$$

$$u_3 = 2,1 \times 22,05 = 46,305$$

2. Déterminer u_n en fonction de n et calculer u_{25} .

Comme (u_n) est géométrique, alors $u_n = u_0 \times q^n$.

Ici : $u_n = 5 \times 2,1^n$.

On trouve par conséquent : $u_{25} = 5 \times 2,1^{25} \simeq 568\,136\,083$

3. Calculer $S_{20} = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$.

$$S_{20} = u_0 \times \frac{1 - q^{21}}{1 - q} = 5 \times \frac{1 - 2,1^{21}}{1 - 2,1} \simeq 26\,557\,209$$

4. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'il affiche le seuil (valeur de n) à partir duquel $u_n \geq 1\,000\,000$.

```
n prend la valeur 0
u prend la valeur 5
Tant que u < 1 000 000
    n prend la valeur n+1
    u prend la valeur 2,1 × u
Afficher n
```

5. Quelle est la valeur affichée en sortie de cet algorithme?

On trouve $n = 17$.

Exercice 3 (4 points) :

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 3,6$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

$$u_1 = 5,6$$

$$u_2 = 9,2$$

$$u_3 = 12,8$$

2. Quelle est la nature de la suite (u_n) (justifier la réponse)?

Cette suite est arithmétique (de raison 3,6), car on passe d'un terme au suivant en ajoutant 3,6.

3. Exprimer u_n en fonction de n et calculer u_{50} .

Comme (u_n) est arithmétique, alors $u_n = u_0 + n \times r$.

$$\text{Ici : } u_n = 2 + 3,6n.$$

$$\text{Par conséquent : } u_{50} = 2 + 3,6 \times 50 = 182$$

4. Calculer $S_{50} = \sum_{n=0}^{50} u_n$.

Il y a 51 termes.

$$S_{50} = 51 \times \frac{u_0 + u_{50}}{2} = 51 \times \frac{2 + 182}{2} = 4692.$$

Exercice 4 (4 points) :

L'espèce *Streptomyces ambofaciens* a été sélectionnée pour sa production de spiramycine. Cet antibiotique est obtenu par la fermentation de la *Streptomyces ambofaciens* en bioréacteur.

Afin de prévoir au mieux la production de cet antibiotique, on cherche le développement de la *Streptomyces ambofaciens* dans le bioréacteur.

À $t = 0$ heure, la concentration de *Streptomyces ambofaciens* est mesurée à 3,10 g/l. Puis, à $t = 1$ h, elle est mesurée à 3,22 g/l.

En conséquence, on suppose que la concentration augmente de 4 % par heure.

On note : c_0 la concentration au temps $t = 0$, et $c_0 = 3,10$

c_1 la concentration au temps $t = 1$ heure

...

c_n la concentration au temps $t = n$ heures

Tous les résultats seront arrondis au centième.

1. Calculer c_1 , c_2 et c_3 .

La concentration augmente de 4% par heure, donc elle est multipliée par $1 + \frac{4}{100} = 1,04$.

$$c_1 = 1,04 \times c_0 = 1,04 \times 3,10 = 3,224 \approx 3,22$$

$$c_2 = 1,04 \times c_1 = 1,04 \times 3,224 = 3,35296 \approx 3,35$$

$$c_3 = 1,04 \times c_2 = 1,04 \times 3,35296 = 3,4870784 \approx 3,49$$

2. Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n et en déduire la nature de la suite (c_n) .

Comme on multiplie par 1,04 pour passer d'un terme au suivant, on trouve : $c_{n+1} = 1,04 \times c_n$.

Par conséquent, la suite (c_n) est géométrique.

3. Exprimer c_n en fonction de n .

Comme (c_n) est géométrique, alors $c_n = c_0 \times q^n$.

Ici : $c_n = 3,10 \times 1,04^n$.

4. Si la fermentation se produit pendant 24 heures, calculer la concentration *Streptomyces ambofaciens* au bout de 24 h.

Au bout de 24 heures, la concentration est : $c_{24} = 3,10 \times 1,04^{24}$.

On trouve $c_{24} \approx 7,95$.

Donc la concentration est environ 7,95 g/l.