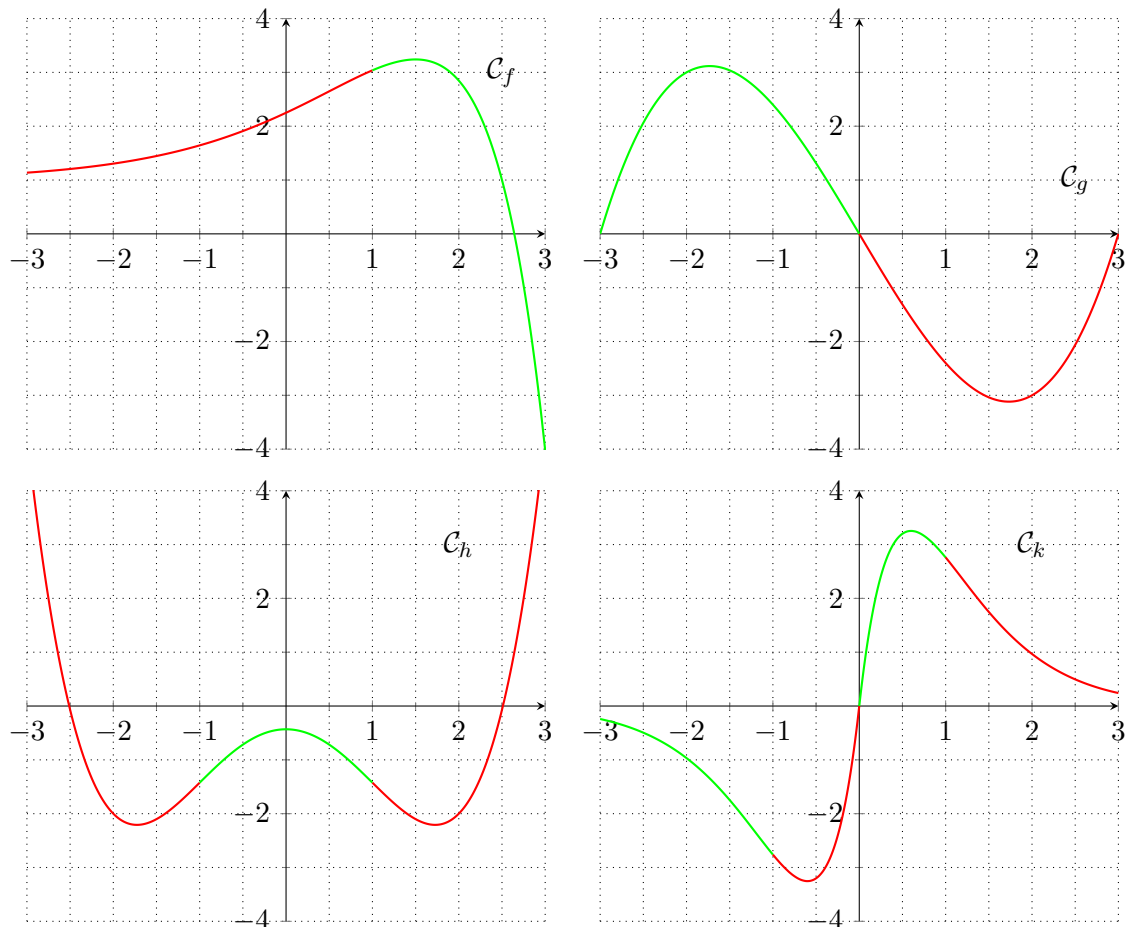


Corrigé du devoir surveillé n° 4

Exercice 1 :

On représente ici en vert les parties des courbes dont la concavité est tournée vers le bas, et en rouge les parties dont la concavité est tournée vers le haut :



On peut donc constater (avec la précision permise par le graphique) que :

- f est convexe sur $[-3 ; 1]$ et concave sur $[1 ; 3]$;
- g est concave sur $[-3 ; 0]$ et convexe sur $[0 ; 3]$;
- h est convexe sur $[-3 ; -1]$ et sur $[1 ; 3]$ et elle est concave sur $[-1 ; 1]$;
- k est concave sur $[-3 ; -1]$ et sur $[0 ; 1]$ et elle est convexe sur $[-1 ; 0]$ et sur $[1 ; 3]$.



Exercice 2 :

1. f se présente comme une somme, donc c'est facile.

$$f'(x) = 4x^3 - 6 \times 3x^2 = 4x^3 - 18x^2$$

$$f''(x) = 4 \times 3x^2 - 18 \times 2x = 12x^2 - 36x = 12(x^2 - 3x)$$

2. 12 étant positif, $f''(x)$ est du signe de $x^2 - 3x$ qui se factorise facilement en $x(x - 3)$. Ce trinôme a donc deux racines : 0 et 3.

Vu que $a = 1$, il est positif, sauf entre les racines.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

On en déduit, d'après la propriété du cours, que f est :

- convexe sur $] -\infty ; 0]$ et sur $[3 ; +\infty[$;
- concave sur $[0 ; 3]$.

3. Les points d'inflexion correspondent aux changements de convexité de la fonction f . Il y a deux changements, donc deux points d'inflexion.

On calcule : $f(0) = 0$ et $f(3) = -81$.

Les deux points d'inflexion sont donc : $A(0 ; 0)$ (l'origine) et $B(3 ; -81)$.



Exercice 3 :

1. On voit que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = u(ax + b)$, où $a = 5$, $b = 2$ et u est la fonction racine carrée. On sait (c'est la formule de première) que dans ce cas : $f'(x) = au'(ax + b)$.

$$u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} ; \text{ donc } u'(5x + 2) = \frac{1}{2\sqrt{5x + 2}}.$$

On obtient : $f'(x) = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{5x + 2}}$ soit : $f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x + 2}}.$

2. Le x^3 fait qu'on ne peut pas appliquer la formule de première.

On pose : $u(x) = x^3 + x$; on peut alors écrire : $g(x) = e^{u(x)}$.

On sait que la dérivée vérifie alors la formule : $g'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$.

Ici, $u'(x) = 3x^2 + 1$

Par conséquent : $g'(x) = (3x^2 + 1)e^{x^3 + x}$

3. Le x^2 fait qu'on ne peut pas appliquer la formule de première.

On pose : $u(x) = x^2 + 1$; on peut alors écrire : $h(x) = \ln(u(x))$.

On sait que la dérivée vérifie alors la formule : $h'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$.

Ici, $u'(x) = 2x$

Par conséquent : $h'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

