

Mathématiques - Devoir surveillé n° 1

Option complémentaire - 21 octobre 2022

Exercice 1 (6 points) :

1. Écrire le nombre suivant en fonction de $\ln(a)$:

$$3\ln(a^2) - \ln(a^3) + \ln\left(\frac{1}{a}\right)$$

2. Justifier que le nombre suivant est égal à 0 :

$$\ln(15e) - \ln(e^2) - \ln(5) + \ln\left(\frac{e}{3}\right)$$

3. Résoudre l'équation : $\ln(5x - 5) = \ln(2x - 1) + \ln(2)$

(penser à définir l'ensemble des valeurs possibles pour x).

4. Résoudre l'inéquation : $\ln(x + 1) + \ln(3) \leq \ln(4x)$

(penser à définir l'ensemble des valeurs possibles pour x).

Exercice 2 (4 points) :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes (on ne s'occupe pas de l'ensemble de définition) :

1. $f : f(x) = \ln(3x + 5)$

2. $g : g(x) = \frac{\ln(x)}{x + 1}$

Exercice 3 (2 points) :

Déterminer le plus petit entier naturel n vérifiant la condition : $18 \times 0,7^n < 0,001$.

Exercice 4 (8 points) :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = 2\ln(x) - x + 1$.

$\mathcal{C}$ est la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormal; elle est tracée dans le graphique ci-dessous.

$\mathcal{T}$ est la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

1. Calculer la dérivée de f et vérifier que l'on a : $f'(x) = \frac{2-x}{x}$.

2. Étudier le signe de la dérivée f' et en déduire le tableau de variations de la fonction f .

Compléter le tableau avec une valeur approchée à 10^{-3} près du maximum de f sur $]0 ; +\infty[$.

3. Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$.

On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Compléter le tableau de variations avec ces deux limites.

4. Déterminer l'équation de la tangente $\mathcal{T}$. Représenter $\mathcal{T}$ dans le graphique ci-dessous.

