

Mathématiques - Devoir surveillé n° 3

Exercice 1 (10 points) :

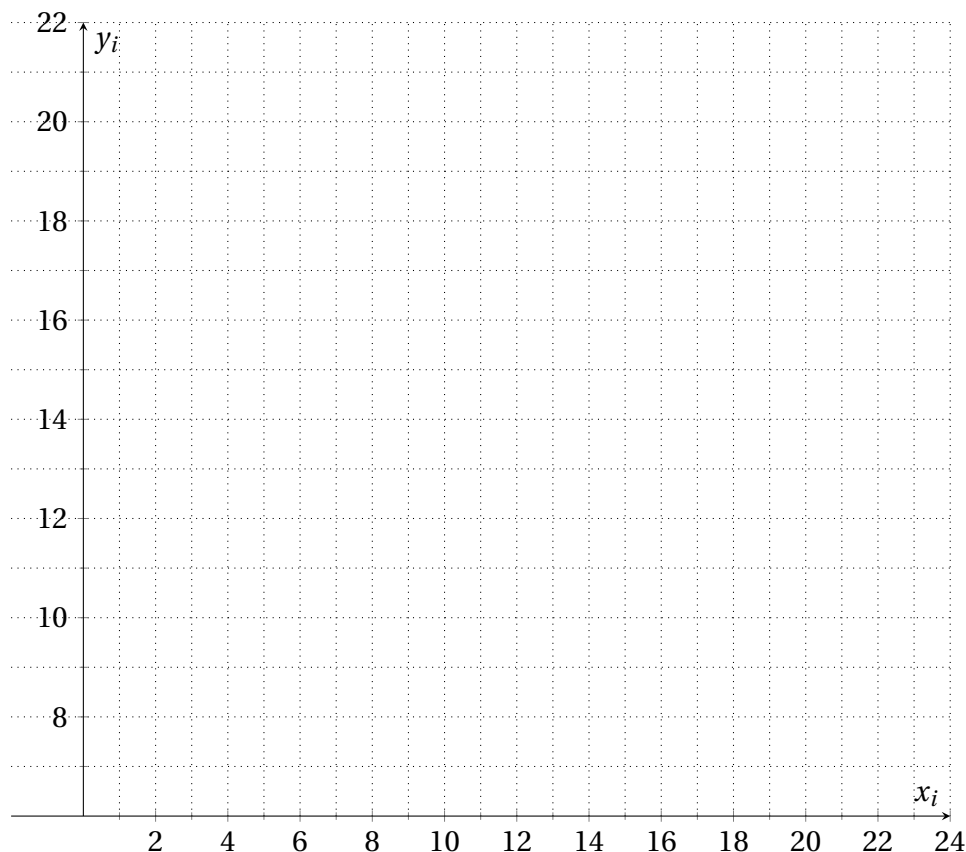
L'espèce *Streptomyces ambofaciens* a été sélectionnée pour sa production de spiramycine. Cet antibiotique est obtenu par la fermentation de la *Streptomyces ambofaciens* en bioréacteur.

Afin de prévoir au mieux la production de cet antibiotique, on cherche le développement de la *Streptomyces ambofaciens* dans le bioréacteur.

Après 24 h, le milieu est renouvelé au sein du bioréacteur, à partir de ce moment on obtient le relevé suivant :

Heures	24	29	32	34	36	38	40
Rang de l'heure : x_i	0	5	8	10	12	14	16
Concentration de <i>Streptomyces ambofaciens</i> : y_i	7,95	11,05	12,05	13,45	14,15	15,45	16,75

1. Dans le repère ci-dessous, construire le nuage de points $M(x_i ; y_i)$.



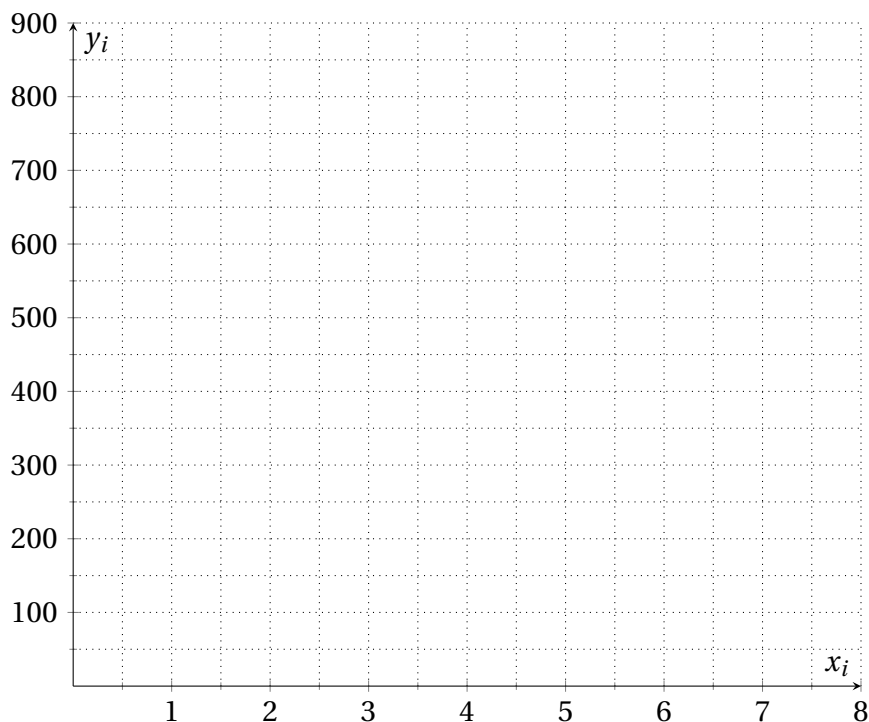
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points. On arrondira les coordonnées au dixième.
Placer G dans le repère.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près.
4. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.
5. En utilisant cet ajustement affine, estimer par une méthode graphique la concentration de *Streptomyces ambofaciens* au bout de 48 h.
6. À partir de quelle heure la concentration de *Streptomyces ambofaciens* dépassera-t-elle 30 g/l?

Exercice 2 (10 points) :

Le tableau suivant montre la production en milliers de tonnes d'un solvant industriel, au cours des années 2015 à 2022 :

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
x_i : Rang de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i : Production en milliers de tonnes	40	60	120	150	210	380	510	830

1. Représenter le nuage de points $M(x_i ; y_i)$ dans le repère ci-dessous.



2. Un ajustement affine de ce nuage paraît-il pertinent ?
3. On pose $z_i = \ln(y_i)$. Compléter le tableau suivant (arrondir à 10^{-3} près) :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$								

4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-3} près).
5. En déduire une expression de y en fonction de x . Tracer la courbe de cette fonction dans le repère.
6. Si l'évolution se poursuit en suivant ce modèle, quelle sera (en milliers de tonnes) la production de solvant en 2023 ?