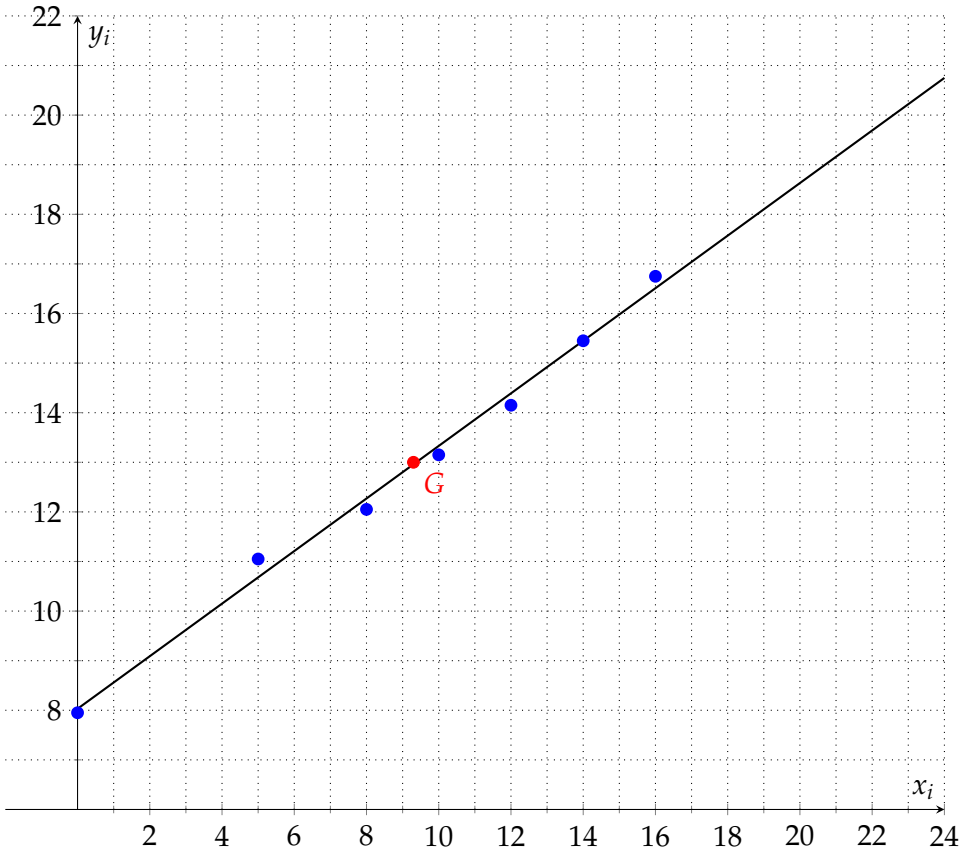
Corrigé du devoir surveillé n° 3

Exercice 1 :

1. Le nuage :



2. Les coordonnées de G sont : (9,285714285714286 ; 12,978571428571428), soit (9,3 ; 13,0) après arrondi au dixième.

3. On trouve à la calculatrice : $a = 0{,}5326771653543306$ et $b = 8{,}032283464566934$). L'équation de la droite de régression obtenue après arrondi au centième est donc : $y = 0{,}53x + 8{,}03$.

4. Un petit tableau de valeurs :

x	0	24
$y = 0{,}53x + 8{,}03$	8,03	20,75

5. Le rang correspondante à 48 h écoulées est $x = 24$, d'après le tableau de l'énoncé. On lit graphiquement l'image de x : 20,8 environ.

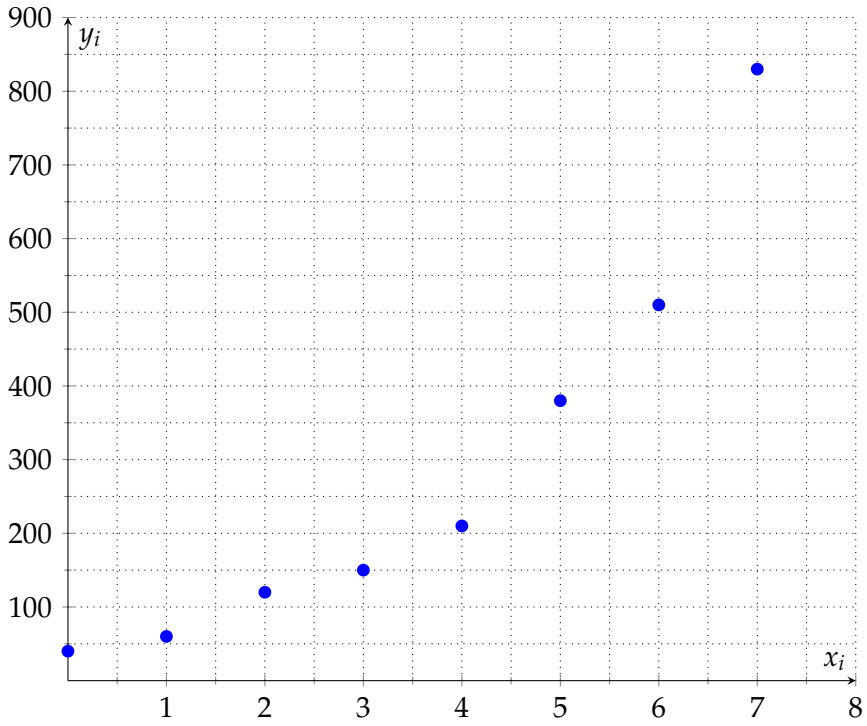
   La concentration de*Streptomyces ambofaciens* au bout de 48 h est d'environ 20,8 g/l.

6. Le graphique ne permettant pas de répondre directement, on résout l'équation : $0{,}53x + 8{,}03 = 30$: on trouve $x \simeq 41{,}5$, ce qui correspond à 65,5 heures.

   Ainsi, à partir de 66 heures, la concentration de *Streptomyces ambofaciens* dépassera 30 g/l.

Exercice 2 :

1. Le nuage :



2. Un ajustement affine de ce nuage ne paraît pas pertinent car les points ne sont pas du tout alignés.

3. Le tableau :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$	3,689	4,094	4,787	5,011	5,347	5,94	6,234	6,721

4. On trouve à la calculatrice que la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés a pour équation : $z = 0{,}425x + 3{,}740$ (en arrondissant les coefficients à 10^{-3} près).

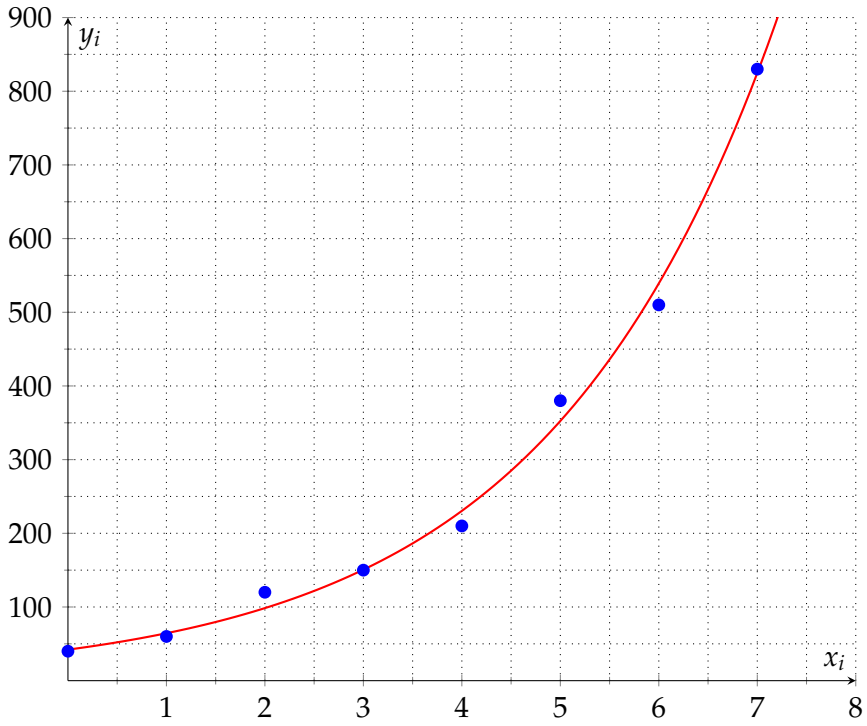
5. On remplace z par ce qu'on a posé : $\ln(y)$.

   Ainsi :
   $\ln(y) = 0{,}425x + 3{,}740$
   D'où :
   $e^{\ln(y)} = e^{0{,}425x+3{,}740}$
   $y = e^{0{,}425x+3{,}740}$
   Ceci peut aussi s'écrire :
   $y = e^{0{,}425x} \times e^{3{,}740}$
   Soit :
   $y = 42{,}1 \times e^{0{,}425x}$

   Déterminons un petit tableau de valeurs de y en fonction de x (en arrondissant à l'unité) :

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$y = e^{0{,}425x+3{,}740}$	42	64	99	151	230	353	539	825

   On peut alors tracer la courbe :



Visuellement, la courbe suit assez bien la forme du nuage de points.

6. On utilise la fonction donnant y en fonction de x pour estimer la production en 2023. L'année 2023 correspond au rang $x = 8$.

   On calcule donc : $y = \mathrm{e}^{0,425\times 8+3,740} \simeq 1261$.

   Ainsi, si l'évolution se poursuit, la production de solvant sera d'environ 1260 milliers de tonnes en 2023.