

Mathématiques - Devoir surveillé n° 4

Exercice 1 (8 points) :

1. Déterminer tous les diviseurs entiers relatifs de 20.
2. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $9^n + 7$ est divisible par 8.
(On peut, par exemple, raisonner par récurrence.)
3. Déterminer l'ensemble des entiers $n \in \mathbb{Z}$ tels que $n + 2$ divise $n + 7$.
4. Déterminer l'ensemble des entiers $n \in \mathbb{Z}$ tels que $3n + 2$ divise $5n + 4$.

Exercice 2 (4 points) :

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer le PGCD, noté d , de 78 et 54.
2. Déterminer en utilisant l'algorithme d'Euclide étendu deux entiers relatifs u et v tels que :
 $78a + 54v = d$.

Exercice 3 (6 points) :

1. Parmi les équations suivantes, lesquelles admettent des solutions $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$? (Justifier la réponse.)
 - a) $6x + 8y = 4$.
 - b) $9x - 12y = 50$.
 - c) $10^{50}x + 3^{80}y = 17$.
2. On considère l'équation $(E) : 9x + 14y = 4$, où $(x; y) \in \mathbb{Z}^2$.
 - a) Déterminer deux entiers relatifs u et v tels que $9u + 14v = 1$.
En déduire une solution particulière $(x_0; y_0)$ de (E) .
 - b) Justifier que $9x + 14y = 4$ est équivalent à : $9(x - x_0) = -14(y - y_0)$.
 - c) En déduire l'ensemble des solutions de (E) .

Exercice 4 (2 points) :

1. Écrire la décomposition en produit de facteurs premiers de 4410.
2. Déterminer le plus grand carré entier qui divise 4410.