Devoir surveillé n° 1

Mathématiques expertes - 05.11.2025

Exercice 1 (5 points) :

Soient $z = 3 + 2\mathrm{i}$ et $z' = -2 + 4\mathrm{i}$.

Calculer $z + z'$, $z \times z'$, $\dfrac{1}{z}$, $\dfrac{z}{z'}$ et $\overline{z}^2$. Donner les résultats sous forme algébrique.

Exercice 2 (3 points) :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $3z + 2\mathrm{i} + 7 = 7z - 1 + 3\mathrm{i}$
2. $z\overline{z} + 4z + 6 = 3 + 4\mathrm{i}$

Exercice 3 (2 points) :

1. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres suivants :
2. $z_1 = 3 + 3\mathrm{i}$
3. $z_2 = -2\mathrm{i}$

Exercice 4 (4 points) :

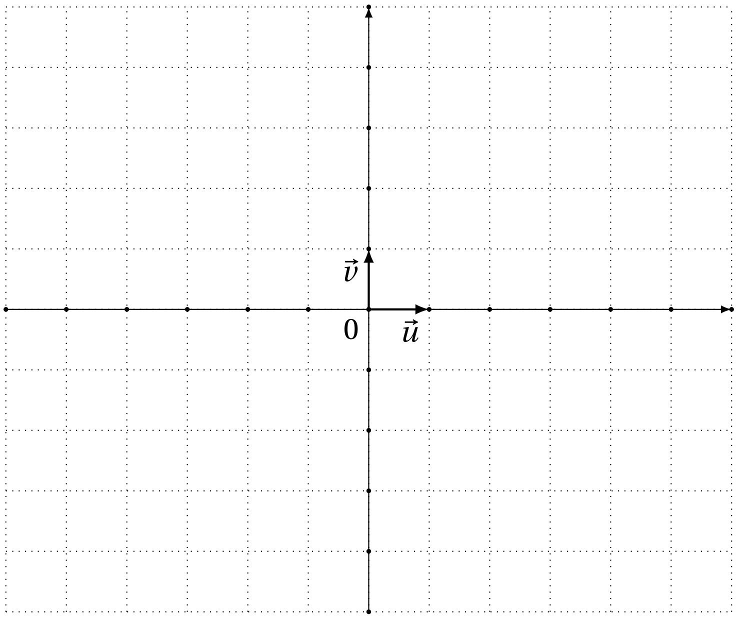
1. Écrire les nombres suivants sous forme algébrique :
   a) $z_1 = 2\left(\cos\left(\dfrac{5\pi}{2}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)\right)$
   b) $z_2 = 3\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + \mathrm{i}\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$
2. Écrire les nombres suivants sous forme trigonométrique :
   a) $z_3 = 3 + 3\mathrm{i}$
   b) $z_4 = 5\sqrt{3} - 5\mathrm{i}$

Exercice 5 (6 points) :

On considère la suite (z_n) de nombres complexes définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $z_n = (-1 + \mathrm{i})^n$.

Soit M_n le point d'affixe z_n dans le plan complexe.

1. Calculer z_2, z_3 et z_4 (sous forme algébrique).
2. Placer les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 dans le graphique ci-dessous.
3. Donner le module et un argument de z_n en fonction de n.
4. Déterminer les entiers n tels que z_n est réel, puis entiers n tels que z_n est imaginaire pur.



$\vec{v}$
0
$\vec{u}$