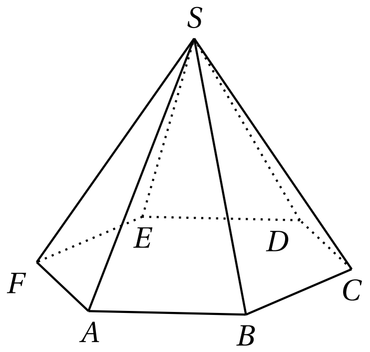
Mathématiques - Devoir surveillé n° 3

Exercice 1 (8 points) :

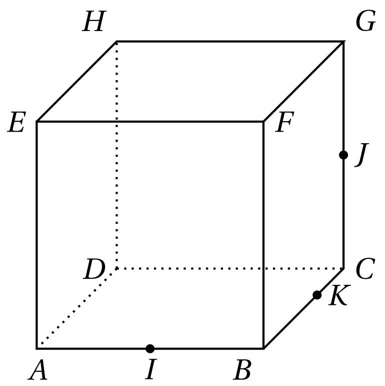


$SABCDEF$ est une pyramide dont la base est un hexagone régulier.

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AS}$ sont-ils coplanaires (justifier la réponse) ?
2. Les vecteurs $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont-ils coplanaires (justifier la réponse) ?
3. Les vecteurs $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SC}$ et $\overrightarrow{FD}$ sont-ils coplanaires (justifier la réponse) ?
4. Soit G le point défini par : $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{SD}$.
   Démontrer que le point G appartient au plan (ABC).

Exercice 2 (4 points) :

$ABCDEFGH$ est un cube. I est le milieu de $[AB]$; J est le milieu de $[CG]$ et K est défini par : $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



On veut savoir si les points E, I, J, K sont coplanaires.

1. Dans le repère $(D ; \overrightarrow{DA} ; \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{DH})$, déterminer les coordonnées des points E, I, J, K.
2. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EI}$, $\overrightarrow{EJ}$ et $\overrightarrow{EK}$ dans la base $(\overrightarrow{DA} ; \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{DH})$.
3. Déterminer si ces trois vecteurs sont coplanaires et conclure.
   (On pourra par exemple chercher si $\overrightarrow{EK}$ est combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{EJ}$).

Exercice 3 (8 points) :

On considère deux droites (d) et (d') définies par leur représentation paramétrique :

$$(d) : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \text{ et } (d') : \begin{cases} x = 5 + 4s \\ y = 5 + 3s \\ z = -1 + 3s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

1. Le point $A(21\,;10\,;18)$ appartient-il à (d) ? Appartient-il à (d') ?
2. Démontrer que (d) et (d') ne sont pas parallèles.
3. Démontrer que (d) et (d') sont sécantes.
   Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I.
4. Donner une représentation paramétrique de la droite (δ) parallèle à d et passant par le point $B(1\,;0\,;-4)$.
5. Les droites (δ) et (d) sont-elles coplanaires ?
6. Les droites (δ) et (d') sont-elles coplanaires ?