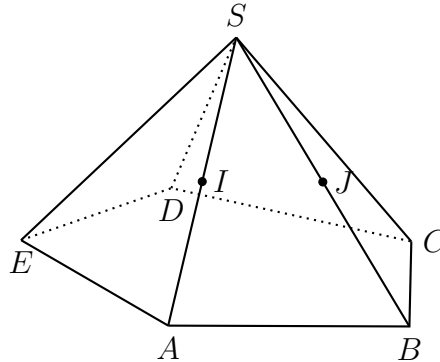


Mathématiques - Devoir surveillé n° 4

Exercice 1 (6 points) :



$SABCDE$ est une pyramide dont la base est un pentagone régulier. I est le milieu de $[SA]$ et J est le milieu de $[SB]$. (Dans cet exercice, les propriétés du pentagone régulier seront admises.)

1. Les droites (SB) et (AC) sont-elles coplanaires (justifier la réponse) ?
2. Les vecteurs \vec{SA} , \vec{SE} et \vec{AB} sont-ils coplanaires (justifier la réponse) ?
3. Les plans (SEA) et (SBC) sont-ils sécants (justifier la réponse) ?

Exercice 2 (8 points) :

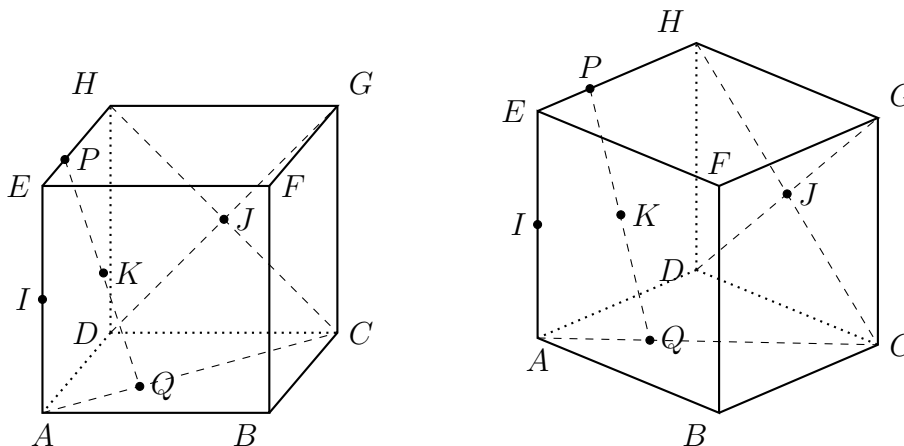
$ABCDEFGH$ est un cube. I est le milieu de $[AE]$; J est le centre de la face $CDHG$.

P et Q sont les points définis par les égalités :

$$\vec{EP} = \frac{1}{3}\vec{EH}$$

$$\vec{AQ} = \frac{1}{3}\vec{AC}$$

K est le milieu du segment $[PQ]$.



On se place dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$.

1. Calculer les coordonnées des points I , J , P , Q et K .
2. Démontrer que les points I , J et K sont alignés.

3. Soit L , le point symétrique de G par rapport à C . Démontrer que les droites (PQ) et (JL) sont parallèles.
4. Que peut-on dire des droites (IJ) et (PL) ? (On peut raisonner dans le plan (PIQ) .)

Exercice 3 (6 points) :

On considère deux droites (d) et (d') définies par leur représentation paramétrique :

$$(d) : \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d') : \begin{cases} x = 1 + s \\ y = -7 + 2s \\ z = -3 + 2s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

1. Le point $M(12; 15; 19)$ appartient-il à (d) ? Appartient-il à (d') ?
2. Donner une représentation paramétrique de la droite (δ) parallèle à d et passant par le point $A(5; 0; 0)$.
3. Démontrer que (d) et (d') ne sont pas parallèles.
4. Démontrer que (d) et (d') sont sécantes.
Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I .