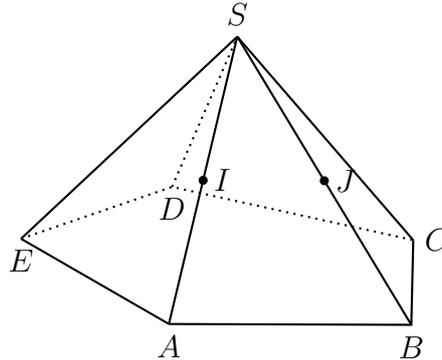


# Mathématiques - Devoir surveillé n° 4

## Exercice 1 (6 points) :



$SABCDE$  est une pyramide dont la base est un pentagone régulier.  $I$  est le milieu de  $[SA]$  et  $J$  est le milieu de  $[SB]$ . (Dans cet exercice, les propriétés du pentagone régulier seront admises.)

1. Les droites  $(SB)$  et  $(AC)$  sont-elles coplanaires (justifier la réponse) ?
2. Les vecteurs  $\vec{SA}$ ,  $\vec{SE}$  et  $\vec{AB}$  sont-ils coplanaires (justifier la réponse) ?
3. Les plans  $(SEA)$  et  $(SBC)$  sont-ils sécants (justifier la réponse) ?

## Exercice 2 (8 points) :

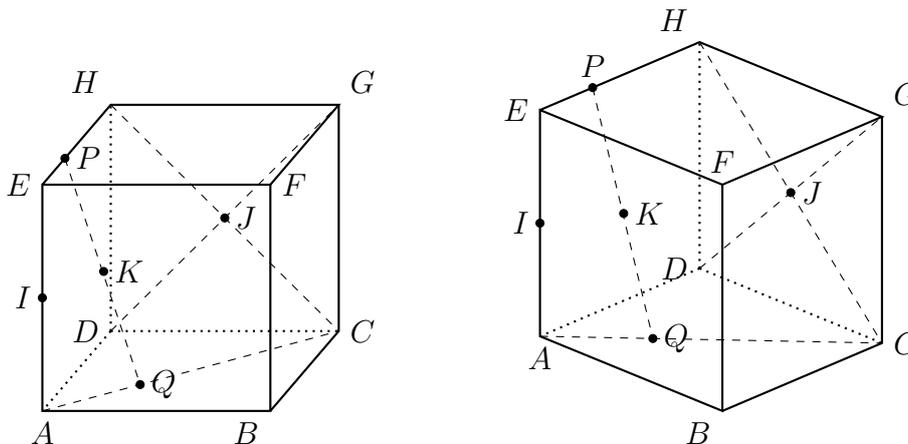
$ABCDEFGH$  est un cube.  $I$  est le milieu de  $[AE]$  ;  $J$  est le centre de la face  $CDHG$ .

$P$  et  $Q$  sont les points définis par les égalités :

$$\vec{EP} = \frac{1}{3}\vec{EH}$$

$$\vec{AQ} = \frac{1}{3}\vec{AC}$$

$K$  est le milieu du segment  $[PQ]$ .



On se place dans le repère  $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$ .

1. Calculer les coordonnées des points  $I$ ,  $J$ ,  $P$ ,  $Q$  et  $K$ .
2. Démontrer que les points  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont alignés.

3. Soit  $L$ , le point symétrique de  $G$  par rapport à  $C$ . Démontrer que les droites  $(PQ)$  et  $(JL)$  sont parallèles.
4. Que peut-on dire des droites  $(IJ)$  et  $(PL)$ ? (On peut raisonner dans le plan  $(PIQ)$ .)

**Exercice 3 (6 points) :**

On considère deux droites  $(d)$  et  $(d')$  définies par leur représentation paramétrique :

$$(d) : \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (d') : \begin{cases} x = 1 + s \\ y = -7 + 2s \\ z = -3 + 2s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

1. Le point  $M(12; 15; 19)$  appartient-il à  $(d)$ ? Appartient-il à  $(d')$ ?
2. Donner une représentation paramétrique de la droite  $(\delta)$  parallèle à  $d$  et passant par le point  $A(5; 0; 0)$ .
3. Démontrer que  $(d)$  et  $(d')$  ne sont pas parallèles.
4. Démontrer que  $(d)$  et  $(d')$  sont sécantes.  
Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection  $I$ .