Mathématiques - Devoir surveillé n° 7

Exercice 1 (4 points) :

Dans l'espace rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, on donne les deux plans suivants, définis chacun par une équation cartésienne :

$\mathscr{P}_1 : 6x+4y-3z+2=0$

$\mathscr{P}_2 : x+y+z-4=0$

1. Déterminer la position relative de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.
2. Si les deux plans sont sécants, on appelle (d) leur droite d'intersection.
   Déterminer les coordonnées d'un point de (d) et d'un vecteur directeur de (d).

Exercice 2 (4 points) :

Soit A le point de coordonnées $(-11,\ 22,\ 4)$ et (P) le plan défini par l'équation cartésienne :

$-x+3y+3=0$

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur le plan (P).

Exercice 3 (4 points) :

Soit A le point de coordonnées $(22,\ 14,\ 4)$ et (d) la droite définie par le système d'équations paramétriques :

$$\left\{\begin{array}{l} x=2t+8 \\ y=-3t-4 \\ z=3t+10 \end{array}\right.$$

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur la droite (d).

Exercice 4 (8 points) :

Soit f la fonction définie sur $[0;2\pi]$ par : $f(t)=t+\sin(2t)$.

1. Déterminer la dérivée f' de f.
2. Déterminer le signe de f'.
3. En déduire le tableau de variations de f. Préciser les valeurs remarquables.
4. Démontrer que l'équation $f(t)=1$ a exactement une solution sur $[0;2\pi]$.