

Mathématiques - Devoir surveillé n° 6

Exercice 1 (12 points) :

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-4} .

Une maladie est apparue dans le cheptel bovin d'un pays. Elle touche 5 % de ce cheptel..

1. On choisit au hasard un animal dans le cheptel. Quelle est la probabilité qu'il soit malade?
2. On choisit successivement et au hasard 10 animaux. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre d'animaux malades parmi eux. Montrer que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
3. Calculer $P(X = 3)$ en utilisant la formule du cours et détailler le calcul.
Interpréter cette probabilité dans le contexte de l'énoncé.
4. Calculer la probabilité qu'au moins un animal soit malade, en utilisant la formule du cours.
5. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.
6. On sait que la probabilité qu'un animal ait un test positif à cette maladie sachant qu'il est malade est 0,85. Lorsqu'un animal n'est pas malade, la probabilité d'avoir un test négatif est 0,95.
On note T l'évènement « avoir un test positif à cette maladie » et M l'évènement « être atteint de cette maladie ».
 - a) Représenter par un arbre pondéré les données de l'énoncé.
 - b) Calculer la probabilité de l'évènement T .
 - c) Quelle est la probabilité qu'un animal soit malade sachant que le test est positif?

Exercice 2 (8 points) :

Dans cet exercice, on peut utiliser directement les résultats fournis par la calculatrice.

Tous les résultats seront arrondis à 10^{-4} .

Un magasin vend des moteurs électriques tous identiques. Une étude statistique du service après-vente a permis d'établir que la probabilité qu'un moteur tombe en panne pendant la première année d'utilisation est égale à 0,12.

Une entreprise achète 200 moteurs électriques dans ce magasin.

On admet que le nombre de moteurs vendus dans ce magasin est suffisamment important pour que l'achat de 200 moteurs soit assimilé à 200 tirages indépendants avec remise.

1. Quelle est la probabilité que 20 moteurs exactement tombent en panne durant la première année d'utilisation?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 25 des moteurs tombent en panne au cours de la première année d'utilisation?
3. Quelle est la probabilité que le nombre de moteurs tombant en panne au cours de la première année d'utilisation soit compris entre 20 et 30? (20 et 30 compris.)
4. Calculer le nombre moyen de moteurs tombant en panne au cours de la première année d'utilisation.
5. Une autre entreprise prévoit d'acheter un nombre indéterminé n de moteurs.
Comment faut-il choisir n pour que la probabilité qu'aucun moteur ne tombe en panne soit supérieure ou égale à 1%?