

# Mathématiques - Devoir surveillé n° 3

## Exercice 1 (8 points) :

1. Déterminer les limites suivantes à l'aide des résultats du cours :

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 + 5x - e^x$

b)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{2x^2 - x + 1}{x^3 + 5x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x} + 2}$

d)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{x + 2}{9 - x^2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x(x^2 + 2)$

f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x(5x + 3)$

2. Interpréter les limites précédentes en termes d'asymptotes, lorsqu'il y a lieu (donner les équations de ces asymptotes).

## Exercice 2 (4 points) :

Déterminer les limites suivantes en utilisant un théorème de comparaison.

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x^2 + 8x - 4)}{3x + 5}$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x(3 \cos(x) + 5)$

## Exercice 3 (6 points) :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par :  $f(x) = xe^{-x}$ .

1. Déterminer la dérivée  $f'$  de  $f$  et vérifier que  $f'(x) = (1 - x)e^{-x}$ .

2. Dresser le tableau de variation de  $f$ . Donner la valeur exacte de  $f(0)$  et du maximum de  $f$ , puis une valeur approchée à  $10^{-3}$ .

3. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et compléter le tableau. (On peut écrire  $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$  ou utiliser la limite d'une fonction composée.)

## Exercice 4 (2 points) :

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse (justifier) :

1. Si  $f$  est bornée sur  $\mathbb{R}$ , alors  $f$  a une limite finie en  $+\infty$ .

2. Si  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  et si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  est finie, alors  $f$  est majorée.