Mathématiques - Devoir surveillé n° 7

Exercice 1 (10 points) :

Soit (E) l'équation différentielle : $y' - 2y = e^{2x} \cos(x)$.

1. Justifier que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} \sin(x)$ est une solution de (E) .
2. Déterminer toutes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation « sans second membre » (E_0) : $y' - 2y = 0$.
3. En déduire toutes les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation (E) .
4. Déterminer la solution h de (E) qui vérifie la condition : $h(0) = 2$.
5. Déterminer les variations de h sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 (4 points) :

Dans chacun des cas suivants, déterminer la primitive de la fonction f qui vérifie la condition initiale donnée.

1. $f(x) = 6x$ sur $\mathbb{R}$ et l'image de 1 est 0.
2. $f(x) = \frac{3x^2}{x^3 + 5}$ sur $]0; +\infty[$ et l'image de 3 est $5 \ln(2)$.

Exercice 3 (6 points) :

Soit f la fonction définie sur $[0; 2\pi]$ par : $f(t) = t + \cos(2t)$.

1. Déterminer la dérivée f' de f .
2. Déterminer le signe de f' .
3. En déduire le tableau de variations de f . Préciser les valeurs remarquables.