# Mathématiques - Devoir maison n° 1

## Exercice 1 :

1. Étudier la fonction $f$ définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{3x+1}{x+2}$.
2. On considère la suite $(u_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n+1}{u_n+2}$.
   Calculer $u_1$, $u_2$, $u_3$, $u_4$.
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [0\,;+\infty[$. (On peut utiliser la question 1.)
4. Démontrer par récurrence que pour la suite $(u_n)$ est décroissante. (On peut utiliser la question 1.)
5. En déduire que la suite $(u_n)$ est convergente.
6. Déterminer la limite de $(u_n)$ en résolvant une équation.

## Exercice 2 :

L'objectif est de démontrer le résultat du cours : si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.

1. Soit $a$ un nombre réel strictement positif.
   Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $(1+a)^n \geq 1 + na$.
2. Soit $q > 1$. On pose $q = 1 + a$.
   En utilisant un théorème de comparaison, démontrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.


# Mathématiques - Devoir maison n° 1

## Exercice 1 :

1. Étudier la fonction $f$ définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{3x+1}{x+2}$.
2. On considère la suite $(u_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{3u_n+1}{u_n+2}$.
   Calculer $u_1$, $u_2$, $u_3$, $u_4$.
3. Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [0\,;+\infty[$. (On peut utiliser la question 1.)
4. Démontrer par récurrence que pour la suite $(u_n)$ est décroissante. (On peut utiliser la question 1.)
5. En déduire que la suite $(u_n)$ est convergente.
6. Déterminer la limite de $(u_n)$ en résolvant une équation.

## Exercice 2 :

L'objectif est de démontrer le résultat du cours : si $q > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.

1. Soit $a$ un nombre réel strictement positif.
   Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $(1+a)^n \geq 1 + na$.
2. Soit $q > 1$. On pose $q = 1 + a$.
   En utilisant un théorème de comparaison, démontrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$.